

УТВЕРЖДАЮ

Председатель методической комиссии
в номинации «Прикладная математика в
экономике»,

доцент кафедры ММиМЭ

Чудинова Чудинова О.С.
« 20 » февраля 2018 г.

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ТУРА

в номинации «Прикладная математика в экономике»

10 классы

Задача 1 (15 баллов)

В кондитерской работают 5 пекарей и 2 оформителя. Зарплата пекаря составляет 12 500 руб. в месяц, а оформителя 16 800 руб. в месяц. Чему равна средняя зарплата работника в кондитерской? Как изменится средняя зарплата, если уволят одного из пекарей, а остальным пекарям увеличат зарплату на 15%?

Решение

Рассчитаем среднюю зарплату:

$$z = \frac{12500 \cdot 5 + 16800 \cdot 2}{5 + 2} = 13728,57 \text{ руб.}$$

Рассчитаем зарплату пекарей после увеличения:

$$z_p = 12500 + 12500 \cdot 0.15 = 14375 \text{ руб.}$$

Средняя зарплата после изменения штата:

$$z = \frac{14375 \cdot 4 + 16800 \cdot 2}{4 + 2} = 15183,33 \text{ руб.}$$

Ответ: 13 728,57 руб., увеличится на 1 454,76 руб. и составит 15 183,33 руб.

Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	15 баллов
Не рассчитана средняя зарплата	-6
Не рассчитана зарплата пекаря после повышения	-4

Не определена средняя зарплата после изменений	-4
Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах	Снимается не более 50% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния допущенной ошибки на последующее решение

Задача № 2 (15 баллов)

В результате опроса всех клиентов маркетологи фитнес-центра сформировали таблицу 1, содержащую распределение респондентов в зависимости от пола, возраста и удовлетворенности качеством оказываемых фитнес-центром услуг.

Таблица 1 – Распределение клиентов в зависимости от пола, возраста и удовлетворенности качеством услуг (человек)

	Есть замечания по качеству услуг		Нет замечаний по качеству услуг	
	Моложе 35 лет	Старше 35 лет	Моложе 35 лет	Старше 35 лет
Мужчины	15	5	33	17
Женщины	5	15	42	18

Есть ли основания предполагать, что пол и возраст влияют на удовлетворенность качеством оказываемых фитнес-центром услуг? Ответ обоснуйте.

Решение

Из 70 опрошенных мужчин имеют замечания по качеству оказываемых услуг 20 человек (28,6%). Из 80 опрошенных женщин имеют замечания по качеству услуг 20 человек (25%). Таким образом, доли недовольных среди мужчин и женщин отличаются незначительно, поэтому оснований предполагать, что пол влияет на удовлетворенность качеством услуг, нет.

Из 95 клиентов в возрасте до 35 лет недовольны качеством услуг 20 клиентов (21%). Из 55 клиентов в возрасте старше 35 лет недовольны качеством услуг 20 клиентов (36%). Таким образом, доля недовольных клиентов среди молодежи меньше, поэтому есть основания предполагать, что возраст клиента оказывает влияние на удовлетворенность качеством услуг фитнес-центра. Возможно, именно поэтому, клиентов в возрасте до 35 лет в 1,7 раз больше, чем клиентов в возрасте старше 35 лет.

Ответ: оснований предполагать, что пол влияет на удовлетворенность качеством услуг, нет. Есть основания предполагать, что возраст клиента оказывает влияние на удовлетворенность качеством услуг.

Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно со всеми необходимыми пояснениями	15
Вывод сделан верно, но недостаточно обоснован	- 7

Задача 3 (20 баллов)

Завод специализируется на сборке кондиционеров. Стоимость сборки одного кондиционера составляет 8 200 руб. (она включает в себя затраты на материалы, зарплату рабочих сборочного цеха, расходы на электроэнергию в сборочном цехе). Стоимость содержания завода оценивается в 600 000 руб. в месяц, затраты на содержания управленческого и вспомогательного персонала составляют 550 000 руб. Цена реализации кондиционера равна 10 500 руб. При каком минимальном объеме производства (точка безубыточности) завод не будет нести убытки?

Решение

Обозначим объем месячного производства V .

Ежемесячные затраты на производство составляют:
 $Z = 8200 \cdot V + 600000 + 550000 = 8200V + 1150000$ руб.

Ежемесячная прибыль определяется: $Pr = 10500 \cdot V$.

Отсутствие убытков означает равенство затрат и прибыли: $Pr = Z$, найдем из этого объем производства:

$$10500V = 8200V + 1150000$$

$$V = 500$$

При ежемесячном выпуске в 500 шт. кондиционеров завод будет иметь нулевую прибыль.

Ответ: 500 шт.

Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	20 баллов
Неверно оценены ежемесячные затраты завода	-10
Не рассчитан объем производства	-7
В задаче отсутствуют выводы и пояснения	-3

Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах	Снимается не более 50% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния допущенной ошибки на последующее решение
--	---

Задача 4 (20 баллов)

Фермер собрал урожай свеклы и моркови, причем свеклы фермер собрал на 1000 кг больше, чем моркови. Для того чтобы вывезти продукцию на склад, он нанял 2 машины: одну машину под перевозку свеклы, другую – под перевозку моркови. Оплата за машины зависит от количества выполненных рейсов, причем количество рейсов каждая машина должна была сделать одинаковое. Оказалось, что на первую машину можно погрузить на 60 кг свеклы меньше, а на вторую машину – на 50 кг моркови меньше, чем планировалось. Поэтому каждой машине пришлось сделать на 5 рейсов больше, чем планировалось изначально. Сколько килограммов свеклы и моркови было перевезено и сколько рейсов было выполнено каждой машиной?

Решение

Обозначим через x грузоподъемность первой машины (кг), через y - грузоподъемность второй машины (кг), n – количество рейсов, которые планировалось сделать изначально.

Тогда можно составить уравнения:

$$\begin{cases} xn = (x - 60)(n + 5) \\ yn = (y - 50)(n + 5) \Rightarrow \\ xn - yn = 1000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xn = xn + 5x - 60n - 300 \\ yn = yn + 5y - 50n + 250 \Rightarrow \\ n(x - y) = 1000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12n + 60 \\ y = 10n + 50 \\ n(12n + 60 - 10n - 50) = 1000 \end{cases}$$

$$2n^2 + 10n - 1000 = 0$$

$$n^2 + 5n - 500 = 0$$

$$D = 25 + 2000 = 2025$$

$$n = \frac{-5 + \sqrt{2025}}{2} = 20$$

$$n = \frac{-5 - \sqrt{2025}}{2} < 0$$

$$x = 12 * 20 + 60 = 300$$

$$y = 10 * 20 + 50 = 250$$

Таким образом, изначально каждой машиной планировалось выполнить 20 рейсов, а всего выполнено каждой машиной 25 рейсов. Фермер собрал $20 \cdot 300 = 6000$ кг (6 тонн) свеклы; $20 \cdot 250 = 5000$ кг (5 тонн) моркови.

Ответ: было перевезено 6 тонн свеклы и 5 тонн моркови за 25 рейсов.

Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью со всеми необходимыми пояснениями	20 баллов
Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах	Снимается не более 50% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния допущенной ошибки на последующее решение

Задача 5 (30 баллов)

Жили были Дед да Баба и была у них в гостях две недели внучка Машенька. Каждый день Машенька ходила на лесную полянку и собирала ягоды. В первый день ($t=1$) Машенька собрала 1,42 кг ягоды, во второй день ($t=2$) – 1,83 кг, а на 5 день – 2,7 кг. Количество ягоды, собираемой Машенькой в очередной день – это точка параболы. Часть собранной ягоды (один и тот же процент от количества собранной в день ягоды) Машенька съедала сама, остальное приносила Бабе и Деду. Сколько процентов ягоды Машенька съедала сама, если Деду и Бабе она приносила каждый день не больше 2,5 кг ягоды? В какой день Машенька набрала меньше всего ягоды и сколько ягоды в этот день она принесла домой?

Решение

1) По условию задачи известны три точки, через которые проходит парабола, описывающая количество ягоды, собираемой Машенькой каждый день:

$$t=1 \quad y(1)=1,42;$$

$$t=2 \quad y(2)=1,83;$$

$$t=5 \quad y(5)=2,7.$$

Функция параболы имеет вид $y(t) = at^2 + bt + c$.

Подставим точки в функцию и получим систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} y(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 1.42 \\ y(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 1.83 \\ y(3) = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 2.7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1.42 \\ 4a + 2b + c = 1.83 \\ 25a + 5b + c = 2.7 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \begin{cases} a = -0.03 \\ b = 0.5 \\ c = 0.95 \end{cases}$$

$$y(t) = -0.03t^2 + 0.5t + 0.95$$

Найдем максимум этой функции на отрезке от 1 до 14 (две недели), причем t может принимать только целые значения: $t = 1, 2, \dots, 14$.

Способ 1

Найдем максимум через вершину параболы (ветви параболы направлены вниз, следовательно это точка максимума):

$$y(t) = -0.03t^2 + 0.5t + 0.95$$

$$t^* = -0.5 / (-0.03 * 2) = 8.33$$

Способ 2

Найдем максимум через производную:

$$y'(t) = -0.03 * 2 * t + 0.5 = 0$$

$$t^* = -0.5 / (-0.03 * 2) = 8.33$$

Так как при $t < 8.33$ $y'(t) > 0$, а при $t > 8.33$ $y'(t) < 0$, следовательно, $t^* = 8.33$ это точка максимума.

Так как t должно быть целым, проверим $t=8$ и $t=9$.

$$y(8) = 3.03$$

$$y(9) = 3.02$$

Таким образом, самое большое Маша собрала 3,03 кг ягоды, а принесла по условию задачи максимум 2,5 кг. Следовательно, съела Маша $\frac{(3.03 - 2.5)}{3.03} * 100 = 17.5\%$ ягоды.

2) Так как функция – парабола, ветви которой направлены вниз, и точка максимума принадлежит исследуемому промежутку, то точка минимума будет соответствовать одной из границ области, т.е. минимум будет либо в точке $t=1$, либо в точке $t=14$. Проверим эти точки.

$$y(1) = 1.42$$

$$y(14) = -0.03 * 14^2 + 0.5 * 14 + 0.95 = 2.07$$

В первый день Маша собрали меньше всего ягоды 1,42 кг. Так как съедала Маша 17,5% ягоды, то Деду и Бабе она принесла в этот день $1.42 * (1 - 0.175) = 1.171$ кг ягоды.

Ответ: 1) 17,5% собранной ягоды Маша съедала сама; 2) в первый день Маша собрали меньше всего ягоды 1,42 кг. Деду и Бабе она принесла в этот день 1,171 кг ягоды.

Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	30 баллов
Функция построена верно, но ответ на первый вопрос отсутствует	- 5
Не учтена целочисленность параметра t при решении задачи	- 5
На второй вопрос ответ дан не полностью	- 5

Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах	Снимается не более 50% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния допущенной ошибки на последующее решение
--	---

Члены методической комиссии:

доцент кафедры математических методов и моделей в экономике

Кр -

Крипак Е.М.

доцент кафедры математических методов и моделей в экономике

Раши -

Раменская А.В.