



УТВЕРЖДАЮ

Председатель методической комиссии
в номинации «Математика», зав. каф.
алгебры и дискретной математики


Пихтилькова О.А.
« _____ » _____ 2018 г.

ЗАДАНИЯ НА ОТБОРОЧНЫЙ ТУР
в номинации «Математика» (11 класс)

Задание № 1 (9 баллов) В каждой клетке таблицы размером 4×4 стоит знак "+" или "-". Разрешено одновременно менять знаки на противоположные в любой клетке и во всех клетках, имеющих с ней общую сторону. Сколько разных таблиц можно получить, многократно применяя такие операции?

Задание № 2 (11 баллов) Целые числа $a, x_1, x_2, \dots, x_{13}$ таковы, что $a = (1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_{13}) = (1 - x_1)(1 - x_2) \dots (1 - x_{13})$. Докажите, что $ax_1x_2 \dots x_{13} = 0$.

Задание № 3 (15 баллов) Через точку M проведены две прямые, касающиеся окружности с центром в точке O , в точках K и L , соответственно. На луче (MK) выбрана точка A , а на луче, дополнительном к лучу (ML) , выбрана точка B так, что $|OA| = |OB|$, $|OA| > |OM|$, $|MA| \neq |MB|$ (рисунок 1).

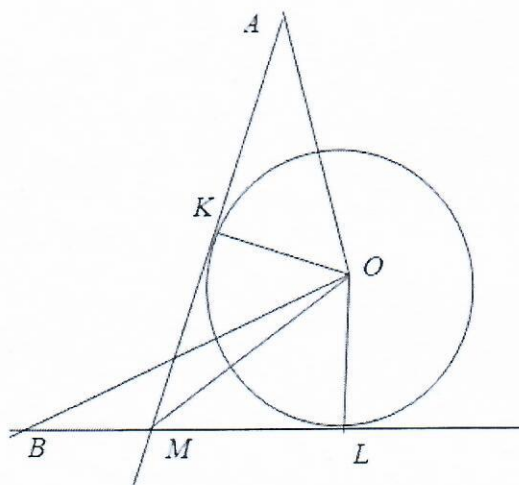


Рисунок 1

Найдите радиус окружности, если $|MA| = 12$, $|MB| = 4$, $|OA| = 10$.

Задание № 4 (15 баллов) Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен полуразности его катетов. Найти отношение большего катета к меньшему.

Задание № 5 (11 баллов) Из Ленинграда в Москву надо передать почтой посылку в сундуке. Почта всё ворует, если не заперто. Поэтому на этот сундук в Ленинграде вешается замок. Как передать посылку, чтобы на почте не украли и в Москве открыли?

Задание № 6 (9 баллов) Три деревни: Правдино (всегда говорят правду), Кривдино (всегда лгут) и Серединка - на - половинку (лгут через слово). Деревни находятся на равном расстоянии друг от друга, и друг друга не видят. Равноудаленно от каждой из них находится пожарная часть, из которой тоже не видно деревень. На пульт пожарному поступил звонок от жителя одной из деревень:

- «У нас пожар!»
- «Откуда звоните?»
- «Из Серединки - на - половинку».

Вопрос: где пожар?

Задание № 7 (15 баллов) Доказать, что $\ln(a+b) = \ln a - 2 \ln \sin \varphi$, если $a > b > 0$ и $\ln \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}(\ln a - \ln b)$.

Задание № 8 (15 баллов) Решите систему функциональных уравнений:


$$\begin{cases} f(2x-1) = \varphi(x-1) = x \\ f(2x-1) - 2\varphi(x-1) = 2x^2 \end{cases}$$

Члены методической комиссии:

Доцент кафедры прикладной математики, к.ф.-м.н.

Ст. преподаватель кафедры прикладной математики

Доцент кафедры алгебры и дискретной математики, к.ф.-м.н.

 Зубова И.К.

 Ружикова И.Г.

 Носов В.В.