ЕВРАЗИЙСКИЕ
ОЛИМПИАДЫ И КОНКУРСЫ

Евразийская многопрофильная олимпиада старшеклассников «Поиск»

УТВЕРЖДАЮ
Председатель методической комиссии в номинации «Математика», зав. каф. алгебры и дискретной математики
_________________ Пихтилькова О.А.
«_____»____________________ 2018 г.

ЗАДАНИЯ НА ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

в номинации «Математика» (9 класс)

Задание № 1 (9 баллов) Найдите $x^3 + y^3$, если известно, что $x + y = 5$ и $x + y + x^2y + xy^2 = 24$.

Задание № 2 (11 баллов) Предположим, что требуется передать сообщение, состоящее из n^2 нулей и единиц. Запишем его в виде квадратной таблицы $n \times n$. Допишем к каждой строке сумму её элементов по модулю 2. Получится ещё один столбец высоты n. Аналогично поступим с каждым столбцом (в том числе найдём и сумму элементов дописанного столбца). Например, если требуется передать сообщение 0111, то таблица 2×2 (рис. слева) окажется дополненной до таблицы 3×3 (рис. справа).

0	1
1	1

0	1	1
1	1	0
1	0	1

а) Докажите, что если при передаче расширенной таблицы $(n+1)\times(n+1)$ произойдёт одна ошибка, то эту ошибку можно будет найти и исправить.
б) Какое наименьшее число ошибок должно произойти, чтобы об этом нельзя было узнать?

Задание № 3 (15 баллов) Через точку M проведены две прямые, касающиеся окружности с центром в точке O, в точках K и L, соответственно. На луче (MK) выбрана точка A, а на луче, дополнительном к лучу (ML), выбрана точка B так, что $|OA| = |OB|$, $|OA| > |OM|$, $|MA| \neq |MB|$ (рисунок 1).

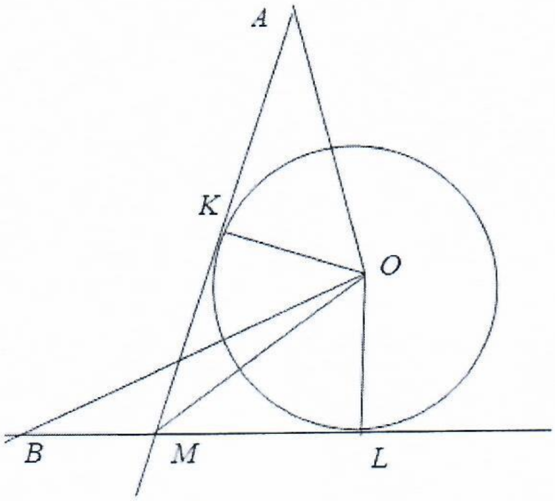

Рисунок 1

Найдите длину отрезка ML, если известно, что $|MA| = 12, |MB| = 4$.

Задание № 4 (15 баллов) Диагональ прямоугольной трапеции, равная $\frac{1}{8}\left(2\sqrt{2}-1\right)$, делит трапецию на два равнобедренных прямоугольных треугольника. Найдите длину большего основания трапеции.

Задание № 5 (11 баллов) На плоскости отмечены 8 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Может ли быть так, что более одной пятой всех выпуклых четырёхугольников с вершинами в этих точках – параллелограммы?

Задание № 6 (9 баллов) Двое играют в такую игру: на рисунке 2 в точке A стоит фишка. Они ходят фишкой по очереди, с каждым ходом передвигая фишку из точки, в которой она стоит, в одну из точек на рисунке, соединённую с ней отрезком. Два раза по одному отрезку ходить нельзя. Кто не может сделать ход, тот проигрывает. Кто выиграет при правильной игре с обеих сторон?

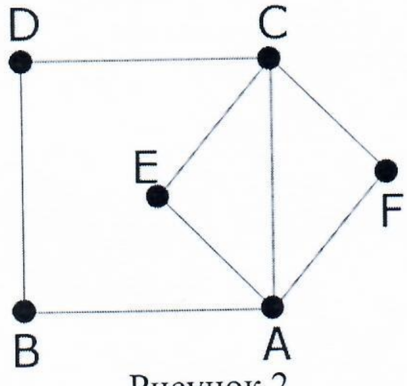

Рисунок 2

Задание № 7 (15 баллов) Показать, что если S есть сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии: $a_1, a_2, a_3, \ldots$, то $\dfrac{S}{S - a_1} = \dfrac{a_1}{a_2}$.

Задание № 8 (15 баллов) В автобусе ехали взрослые и дети, причём число взрослых относилось к числу детей как 2:3. После того, как четыре пассажира вышли из автобуса, а никто при этом в него не вошёл, число взрослых стало относиться к числу детей как 3:4. Сколько пассажиров ехало в автобусе, если известно, что их было меньше 60 (перечислить все возможности).

Члены методической комиссии:

Доцент кафедры прикладной математики, к.ф.-м.н. Зубова И.К.

Ст. преподаватель кафедры прикладной математики Руцкова И.Г.

Доцент кафедры алгебры и дискретной математики, к.ф.-м.н. Носов В.В.