




**Евразийская  
многопрофильная олимпиада  
старшеклассников «Поиск»**

УТВЕРЖДАЮ

Председатель методической комиссии в  
номинации «Прикладная математика в  
экономике»,

доцент кафедры ММиМЭ

 Чудинова О.С.  
« 29 » ноября 2019 г.

**ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ТУРА**

в номинации «Прикладная математика в экономике»

11 класс

**Задание № 1 (15 баллов)**

ИП Колесников владеет в городе двумя точками по ремонту бытовой техники. Первая точка за второй год работы принесла прибыль в размере 6,8 усл.ед. Суммарная прибыль первой точки за пять лет работы с 2015 по 2019 гг. составила  $Z$  усл.ед. Вторая точка принесла такую же прибыль за 4 года работы. Известно, что динамика прибыли для двух точек по ремонту описывается соответственно с помощью линейных функций:

$$y_t = 2 + bt;$$

$$x_t = 2 + vt,$$

где  $t$  – время,  $t = 1, 2, 3, \dots$ ;

$y_t$  – прибыль первой точки в момент времени  $t$ ;

$x_t$  – прибыль второй точки в момент времени  $t$ .

Найти прогноз суммарной прибыли ИП Колесникова за 2020 год.

**Решение**

Для первой торговой точки известно, что  $y_2 = 2 + 2b = 6,8$ , тогда коэффициент первой линейной функции равен  $b = 2,4$ .

Для нахождения коэффициента второй линейной функции воспользуемся условием:

$$\sum_{t=1}^5 y_t = \sum_{t=1}^4 x_t;$$

$$46 = 8 + 10v;$$

$$v = 3,8.$$

Найдем прибыль первой точки, ожидаемую в 2020 году:

$$y_6 = 2 + 2,4 \cdot 6 = 16,4 \text{ (усл.ед.)}$$

Найдем прибыль второй точки, ожидаемую в 2020 году:

$$x_6 = 2 + 3,8 \cdot 6 = 24,8 \text{ (усл.ед.)}$$

Тогда суммарная прибыль ИП Колесникова за 2020 год составит 41,2 усл.ед.

**Ответ:** суммарная прибыль ИП Колесникова за 2020 год составит 41,2 усл.ед.

### Методика оценивания

| Описание   | Количество баллов |
|--|-------------------|
| Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями     | 15 баллов         |
| Неверно найдены коэффициенты линейных функций                          | -7 балла          |
| Верно соблюдает принцип расчета прогноза, но имеются ошибки в расчетах | -3 балла          |

### Задание № 2 (20 баллов)

В магазин поступает хлеб, производимый на двух хлебозаводах города. Известно, что первый хлебозавод производит 60% хлеба высшего сорта, второй хлебозавод – 40% хлеба высшего сорта. В магазине хлеб высшего сорта составляет 55% всего ассортимента. Какова вероятность того, что буханка хлеба, случайным образом взятая с прилавка, произведена на первом хлебозаводе?

### Решение

Пусть событие  $A$  – выбрана буханка высшего сорта. Вероятность события  $A$  известна по условию  $P(A) = 0,55$ . В тоже время эта вероятность зависит от того, на каком заводе она изготовлена. Поэтому выдвинем гипотезы:

$H_1$  - буханка хлеба изготовлена на первом заводе;

$H_2$  - буханка хлеба изготовлена на втором заводе.

Вероятности гипотез не известны. Обозначим  $P(H_1) = x$ , тогда  $P(H_2) = 1 - x$ . Условные вероятности даны по условию:  $P(A|H_1) = 0,6$ ,  $P(A|H_2) = 0,4$ . Тогда по формуле полной вероятности получаем:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) = x \cdot 0,6 + (1 - x) \cdot 0,4 = 0,55;$$

$$0,2x = 0,15;$$

$$x = 0,75.$$

Ответ: вероятность того, что буханка хлеба, случайным образом взятая с прилавка, произведена на первом хлебозаводе, равна 0,75.

### Методика оценивания

| Описание   | Количество баллов |
|--|-------------------|
| Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями | 20 баллов         |
| Принцип решения соблюден верно, но имеются арифметические ошибки   | -5 баллов         |

#### Задание № 3 (20 баллов)

Кристина получила в подарок на Новый год 2 500 рублей. Она решила положить деньги в банк под проценты. Банк «Все будет хорошо» предлагает следующие виды вкладов:

- 1) вклад «Копилка» сроком на год под 7,5% годовых (проценты начисляются в конце года на всю сумму);
- 2) вклад «Действуй сейчас» сроком на год под 6,7% годовых (проценты начисляются ежемесячно и консолидируются).

Какой вклад вы рекомендуете открыть Кристине и почему?

#### Решение

Дано:

$P = 10$  тыс. руб. – первоначальная сумма вклада;

$n = 1$  год – срок операции;

$i = 0,075$  – годовая процентная ставка для вклада «Копилка»;

$j = 0,067$  – годовая процентная ставка для вклада «Действуй сейчас».

1) Рассмотрим вклад «Копилка». Проценты по вкладу начисляются в конце года на всю сумму. Тогда в конце года сумма на счете составит:

$$S = P \cdot (1 + i) = 2500 \cdot (1 + 0,075) = 2687,5 \text{ (руб.)}$$

2) Рассмотрим вклад «Действуй сейчас». Проценты начисляются ежемесячно по ставке  $\frac{0,067}{12}$ . Для нахождения суммы на счете в конце года составим таблицу, отражающую схему поступлений.

| Номер месяца | Сумма на счете к началу периода, руб. | Сумма на счете к концу периода, руб.                        |
|--------------|---------------------------------------|---|
| 1            | 2 500                                 | $2500 \cdot \left(1 + \frac{0,068}{12}\right) = 2513,96$    |
| 2            | 2 513,96                              | $2513,96 \cdot \left(1 + \frac{0,068}{12}\right) = 2527,99$ |
| 3            | 2 527,99                              | $2527,99 \cdot \left(1 + \frac{0,068}{12}\right) = 2542,11$ |
| 4            | 2 542,11                              | 2 556,30  |
| 5            | 2 556,30                              | 2 570,58  |
| 6            | 2 570,58                              | 2 584,93  |

|    |          |          |
|----|----------|----------|
| 7  | 2 584,93 | 2 599,36 |
| 8  | 2 599,36 | 2 613,87 |
| 9  | 2 613,87 | 2 628,47 |
| 10 | 2 628,47 | 2 643,14 |
| 11 | 2 643,14 | 2 657,90 |
| 12 | 2 657,90 | 2672,74  |

Найти сумму на счете можно также по формуле:

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m} = 2500 \cdot \left(1 + \frac{0,067}{12}\right)^{12} = 2672,74 \text{ (руб.)}$$

Если Кристина выберет вклад «Копилка» она получит на 14,76 рублей больше.

**Ответ:** Кристине рекомендуется открыть вклад «Копилка», т.к. в этом случае сумма на счете в конце года составит 2687,5 руб., что на 14,76 руб. больше, чем сумма, которую можно получить в конце года по вкладу «Действуй сейчас».

#### Методика оценивания

| Описание   | Количество баллов   |
|--|---|
| Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями                 | 20 баллов   |
| Неверно проведено начисление процентов по вкладу «Копилка»                         | -6 баллов   |
| Неверно проведено начисление процентов по вкладу «Действуй сейчас»                 | - 10 баллов   |
| Не проведено сравнение и отсутствует итоговая рекомендация                         | - 4 балла   |
| Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах | Снимается не более 30% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния на последующее решение допущенной ошибки |

#### Задание № 4 (20 баллов)

Туристическое агентство занимается организацией путешествий школьных групп в европейские города и является единственным на рынке. Спрос на поездку в каждый европейский город одинаковый и имеет следующий вид:

$$q = \frac{200}{p^2},$$

где  $q$  – количество групп школьников, желающих поехать в один из европейских городов;

$p$  – стоимость поездки для одной группы в один из европейских городов.

Издержки по организации путешествия одной группы в один любой город составляют 5 денежных единиц. Агентство может организовать поездку групп по нескольким европейским городам. Группы, решающие поехать в один из городов, согласны посетить другие города, если доплата за каждый город будет не более 10% от первоначальной стоимости путевки. Затраты агентства на организацию путешествия групп школьников в несколько городов описываются функцией  $R(n) = 0,2n^2 - 1,5n + 2$ , где  $n$  – количество дополнительных городов, посещаемых школьниками. Для какого количества групп школьников агентству необходимо организовать поездку в один город, чтобы прибыль была максимальной, сколько должна стоить такая поездка для одной группы? Посещение какого количества дополнительных городов группами школьников принесет агентству максимальную прибыль? Чему равна максимальная прибыль?

### Решение

Прибыль агентства от организации поездки в любой европейский город представляет собой разницу между выручкой и издержками:

$$\pi = q \cdot p - 5 \cdot q = \frac{200}{p} - \frac{1000}{p^2}.$$

Найдем цену путевки, при которой прибыль агентства от организации поездки в один из европейских городов будет максимальной. Воспользуемся необходимым условием существования экстремума:

$$\frac{d\pi}{dp} = -\frac{200}{p^2} + \frac{2000}{p^3} = 0.$$

Решая полученное уравнение, находим оптимальную цену  $p^* = 10$  (ден.ед.).

Проверим, что найденное решение действительно является точкой максимума. На промежутке  $(0; 10)$  производная положительна, на промежутке  $(10; +\infty)$  отрицательна, следовательно, найденное решение является точкой максимума функции.

Зная оптимальную цену, найдем спрос на поездку в любой из европейских городов:

$$q^* = \frac{200}{p^*} = \frac{200}{10} = 2 \text{ (группы)}.$$

Тогда максимальная прибыль агентства от организации поездки в один из европейских городов составит:

$$\pi^* = q^* \cdot p^* - 5 \cdot q^* = 2 \cdot 10 - 5 \cdot 2 = 10 \text{ (ден.ед.)}.$$

Найдем прибыль агентства при посещении двумя группами школьников ещё  $n$  европейских городов:

$P = 10 + 10 \cdot 0,1n - 0,2n^2 + 1,5n - 2 = -0,2n^2 + 2,5n + 8$ . Прибыль агентства будет максимальной при  $n = 6$  и составит 15,8 ден.ед.

**Ответ:** чтобы прибыль от организации поездки в один город была максимальной, агентству требуется организовать поездку 2-х групп школьников в этот город, стоимости такой поездки для одной группы должна составлять 10 ден.

ед. Агентство получит максимальную прибыль при посещении школьниками дополнительно 6 европейских городов. Максимальная прибыль при этом составит 15,8 ден.ед.

### Методика оценивания

| Описание   | Количество баллов   |
|--|---|
| Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями                   | 20 баллов   |
| Не найдена оптимальная цена путевки в один город                                     | -5  |
| Не найден оптимальный спрос  | -5  |
| Не найдена максимальная прибыль агентства от организации поездки в один город        | -5  |
| Не составлена функция прибыли агентства при посещении школьниками нескольких городов | -5  |
| Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах   | Снимается не более 30% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния допущенной ошибки на последующее решение |

### Задание № 5 (25 баллов)

Предприятие «КанцтовароV.net» производит тетради с дизайнерскими рисунками на обложке. Постоянные затраты на производство тетрадей составляют 11000 руб. в месяц; переменные затраты, приходящиеся на единицу продукции,  $C(Q)$  описываются функцией объема производства ( $Q$ ) вида  $C(Q) = Q + 80$ . Тетради продаются по цене 350 руб. за 1 шт.

1) Определите точку безубыточности. Какое количество тетрадей (в шт.) должно производить предприятие в месяц, чтобы прибыль была положительной?

2) При каком объеме производства прибыль будет максимальной? Какую максимальную прибыль получит предприятие?

### Решение

Точка безубыточности представляет собой точку критического объема производства (реализации), в которой доходы от продажи производственного количества продукции равны затратам на ее изготовление, т.е. в которой прибыль равна нулю.

При определении точки безубыточности исходят из равенства поступлений (доходов) от реализации продукции (обозначим  $D$ ) и суммарных затрат на ее производство (обозначим  $C$ ).

Исходными данными для расчетов являются:

$p$  - цена единицы продукции;

F - постоянные расходы;

переменные затраты на единицу продукции, по условию задачи переменные затраты описываются функцией объема производства (Q) вида  $C(Q) = Q + 80$ ;

Z – суммарные затраты на производство,  $Z(Q) = F + Q * C(Q) = F + Q(Q + 80)$ .

В качестве неизвестного выступает объем производимой продукции - Q.

$D(Q) = p * Q$ .

Прибыль предприятия равна:

$Pr(Q) = D(Q) - Z(Q) = 350Q - 11000 - Q(Q + 80)$ ;

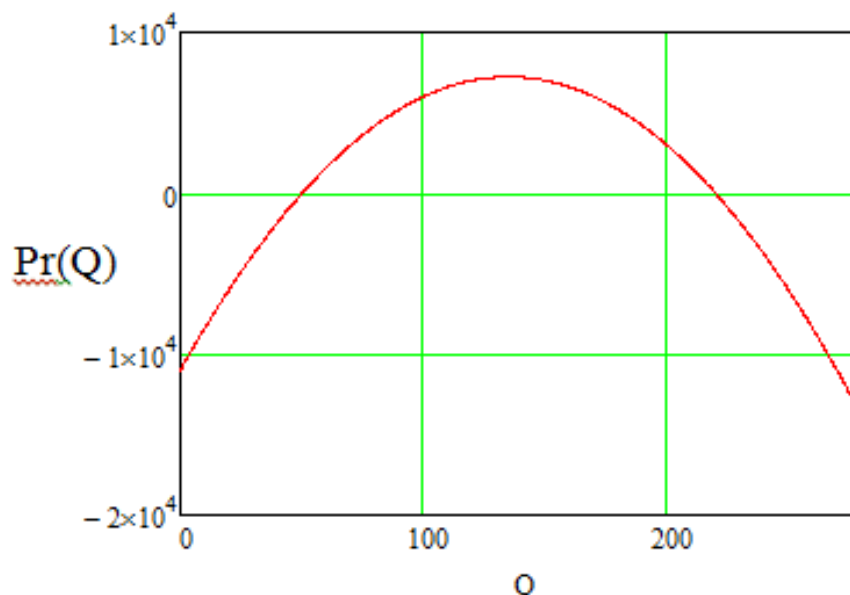
$Pr(Q) = -Q^2 + 270Q - 11000$  – парабола, ветви которой направлены вниз.

Найдем точки, в которых прибыль равна нулю – эти точки будут соответствовать точкам безубыточности:

$$Pr(Q) = -Q^2 + 270Q - 11000 = 0$$

$$Q_1 = \frac{-270 + \sqrt{270^2 - 4 * 11000}}{-2} = 50$$

$$Q_2 = \frac{-270 - \sqrt{270^2 - 4 * 11000}}{-2} = 220$$



Таким образом, при объемах производства от 50 до 220 тетрадей прибыль предприятия будет положительной.

Найдем, при каком значении объема производства прибыль будет максимальной. Для этого определим координаты вершины параболы:

$$Q_{\max} = 270/2 = 135 \text{ (шт.)}$$

При объеме производства 135 тетрадей прибыль будет максимальной и составит  $Pr(135) = 7225$  (руб.).

**Ответ:**

1) точки безубыточности: 50, 220. Для того, чтобы прибыль была положительной, предприятие должно производить в месяц не менее 50 штук и не более 220 штук тетрадей.

2) Прибыль будет максимальной при объеме производства 135 тетрадей. Максимальная прибыль при этом объеме будет равна 7225 руб.

## Методика оценивания

| Описание   | Количество баллов   |
|--|---|
| Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями | 25 баллов   |
| Принцип решения соблюден верно, но имеются арифметические ошибки   | Снимается не более 30% баллов в зависимости от критичности ошибки |
| Нет ответа на первый вопрос задачи                                 | -10 баллов  |
| Нет ответа на второй вопрос задачи                                 | -10 баллов  |
| Неполный ответ на вопросы задачи                                   | Снимается не более 6 баллов за каждый из вопросов                 |

Члены методической комиссии:

доцент кафедры математических методов и моделей в экономике



Раменская А.В.

доцент кафедры математических методов и моделей в экономике



Яркова О.Н.