

УТВЕРЖДАЮ

Председатель методической комиссии в  
номинации «Прикладная математика в  
экономике»,

доцент кафедры ММиМЭ

 Чудинова О.С.

« 29 » ноября 2019 г.

**ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ТУРА**  
в номинации «Прикладная математика в экономике»  
9-10 классы

**Задание № 1 (15 баллов)**

Суммарная прибыль магазина за пять лет с 2015 по 2019 гг. составила 100 усл. ед. Известно, что динамика прибыли для этого магазина описывается линейной функцией  $y_t = a + 2,5t$ , где  $t$  – время,  $t = 1, 2, 3, 4, 5$ . Найдите прогнозное значение прибыли магазина на 2021 год.

**Решение**

Пусть  $\sum_{i=1}^5 y_i = 100$  или  $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 100$ . Подставим вместо  $y_i$  значение  $a + 2,5t$ , получим:

$$a + 2,5 \cdot 1 + a + 2,5 \cdot 2 + a + 2,5 \cdot 3 + a + 2,5 \cdot 4 + a + 2,5 \cdot 5 = 100;$$

$$5a + 37,5 = 100.$$

Из полученного уравнения находим  $a = 12,5$ .

Тогда прогнозное значение прибыли магазина на 2021 год ( $t = 7$ ) составляет:  $y_7 = 12,5 + 2,5 \cdot 7 = 30$  (усл.ед.).

**Ответ:** прогнозное значение прибыли предприятия на 2021 год составляет 30 усл.ед.

**Методика оценивания**

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	15 баллов

Неверно найден коэффициент линейной функции	-10 баллов
Верно соблюден принцип расчета прогноза, но имеются арифметические ошибки в расчетах	-2 балла

### Задание № 2 (15 баллов)

Какую сумму должен вернуть банку заемщик, если кредит в размере 50 тыс.руб. выдан 20 июня 2019 года под 20% годовых. Срок погашения кредита 20 декабря 2019 года. При расчете процентов временная база составляет 360 дней в году, количество дней кредита рассчитывается точно.

#### Решение

Срок кредита составляет 183 дня. Рассчитаем сумму процентов:

$$I = 50 \cdot \frac{183}{360} \cdot 0,2 = 5,083 \text{ тыс. руб.}$$

Тогда 20 декабря заемщик должен вернуть банку 55 тысяч 83 рубля.

**Ответ:** заемщик должен вернуть банку 55 тысяч 83 рубля.

### Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	15 баллов
Неверно рассчитан срок кредита в днях	-10 баллов
Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах	Снимается не более 30% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния на последующее решение допущенной ошибки

### Задание № 3(20 баллов)

В цех по раскрою поступают остатки лоскутов ткани прямоугольной формы шириной 50 см. Длина лоскутов может меняться от 10 см до 1 м с шагом 10 см. Из каждого лоскута необходимо выкроить как можно больше деталей прямоугольной формы (длиной 10 см и шириной 15 см). Раскладывать детали на одном лоскуте можно только в одном направлении: либо вдоль, либо поперек долевой нити. Выработайте рекомендации по оптимальному размещению деталей на ткани.

#### Решение

Пусть  $a$  – длина лоскута. При раскладке деталей по долевой нити наибольшее количество деталей, которое можно выкроить, рассчитывается по формуле:  $k_1 = \left[ \frac{a}{10} \right] \cdot \left[ \frac{50}{15} \right] = \left[ \frac{a}{10} \right] \cdot 3$ , где  $[x]$  – целая часть числа  $x$ . При раскладке

деталей поперек долевой нити наибольшее количество деталей, которое можно выкроить, рассчитывается по формуле:  $k_2 = \left[ \frac{a}{15} \right] \cdot \left[ \frac{50}{10} \right] = \left[ \frac{a}{15} \right] \cdot 5$ . Таким образом, измерив длину лоскута, рекомендуется рассчитать величины  $k_1$  и  $k_2$ . Если окажется, что  $k_1 > k_2$ , то раскладку деталей необходимо делать по долевой нити. Если окажется, что  $k_1 < k_2$ , то раскладку деталей необходимо делать поперек долевой нити.

Следует заметить, что возможны случаи, когда способ раскладки не важен. Это происходит в случае, если  $k_1 = k_2$ . Так как длина лоскута кратна 10 см, то можно записать, что  $k_1 = 0,3a$ . Тогда рассмотрим равенство:  $0,3a = \left[ \frac{a}{15} \right] \cdot 5$  или  $0,06a = \left[ \frac{a}{15} \right]$ . Поскольку левая часть выражения должна быть целой, а это возможно при  $a = 50$  и при  $a = 100$ . Таким образом, можно сделать вывод, что при длине лоскута 50 см и 100 см при любом способе раскладки будет выкроено наибольшее количество деталей, равное в первом случае 15 шт., во втором случае – 30 шт.

**Ответ:** Если  $k_1 > k_2$ , то раскладку деталей необходимо делать по долевой нити, иначе – поперек долевой нити. При длине лоскута 50 см и 100 см способ раскладки неважен.

### Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	20 баллов
Задача решена перебором	-5
Не отмечены случаи, когда способ раскладки не влияет на количество деталей	-1 балл за каждый случай

### Задание № 4 (25 баллов)

Для школы N известны средние баллы результатов ЕГЭ по математике за 2015, 2016, 2019 гг. и количество учеников, сдававших этот предмет.

Год	2015	2016	2019
Средний балл	45,6	46,2	56,5
Количество учеников	25	22	15

1) Какой средний балл ЕГЭ по математике был зафиксирован в 2018 году, если известно, что зависимость среднего балла от количества человек описывается параболой, и в 2018 году сдавали ЕГЭ по математике 17 учеников?

2) Какой средний балл ожидается в 2020 году при тех же условиях, если сдавать предмет планируют 13 учеников?

### Решение

Пусть результаты ЕГЭ описываются параболой вида:

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

где  $x$  – характеризует количество человек, сдающих экзамен;

$f(x)$  – средний балл.

По условиям задачи результаты ЕГЭ за 2015, 2016, 2019 гг. удовлетворяют соотношениям:

$$f(25) = a * 25^2 + b * 25 + c = 45,6;$$

$$f(22) = a * 22^2 + b * 22 + c = 46,2;$$

$$f(22) = a * 15^2 + b * 15 + c = 56,5.$$

Получили систему из трех уравнений с тремя неизвестными, разрешив которую найдем параметры параболы:  $a=0,127$ ;  $b=-6,176$ ;  $c=120,529$ . Тогда  $f(x) = 0,127 * x^2 - 6,176 * x + 120,529$ .

Рассчитаем средний балл по математике в 2018 году, для этого вычислим значение функции  $f(x)$  при  $x=17$ :

$$f(17) = 0,127 * 17^2 - 6,176 * 17 + 120,529 = 52,3.$$

Рассчитаем ожидаемый средний балл по математике в 2020 году, для этого вычислим значение функции  $f(x)$  при  $x=13$ :

$$f(13) = 0,127 * 13^2 - 6,176 * 13 + 120,529 = 61,7.$$

**Ответ:** Средний балл по математике в 2018 году составлял 52,3. В 2020 ожидается, что средний балл по математике составит 61,7.

### Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью со всеми необходимыми пояснениями	25 баллов
Принцип решения соблюден верно, но имеются арифметические ошибки	Снимается не более 30% баллов в зависимости от критичности ошибки
Зависимость построена, но нет ответа на первый вопрос задачи	- 5 баллов
Зависимость построена, но нет ответа на второй вопрос задачи	- 5 баллов

### Задание №5 (25 баллов)

Киноклуб решает провести интеллектуальную игру. В клубе всего около 1 500 подписчиков и известно, что при цене входного билета в 50 рублей захотят принять участие в игре 1 000 человек. Опрос также показал, что при цене входного билета 500 рублей желающих участвовать не останется. Помещение киноклуба позволяет комфортно разместить 120 человек. Какую цену вы рекомендуете установить киноклубу, чтобы провести интеллектуальную игру, предполагая, что спрос на билеты линейно зависит от цены?

### Решение

Построим функцию спроса на билеты киноклуба, предполагая линейную зависимость количества билетов ( $y$ ) от цены ( $x$ ). Из условия задачи прямая пройдет через две точки  $(50; 1000)$  и  $(500; 0)$ . Найдем уравнение прямой:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}, \quad \frac{x - 50}{500 - 50} = \frac{y - 1000}{0 - 1000}, \quad \frac{x - 50}{450} = \frac{y - 1000}{-1000};$$

$$-20(x - 50) = 9(y - 1000), \quad y = (-20x + 1000) \frac{1}{9}.$$

Так как помещение вмещает 120 человек, найдем цену, при которой спрос составит 120 билетов:

$$9y = -20x + 10000;$$

$$9 \cdot 120 = -20x + 10000;$$

$$x = 446.$$

Таким образом, цена билета составляет 446 рублей.

**Ответ:** киноклубу рекомендуется продавать билеты по цене 446 руб.

### Методика оценивания

Описание	Количество баллов
Задача решена верно и полностью, со всеми необходимыми пояснениями	25 баллов
Не составлена функция спроса	-12 баллов
Не определено значение цены на билет	-12 баллов
Верно соблюден принцип решения задачи, но имеются арифметические ошибки в расчетах	Снимается не более 30% от набранной суммы баллов по предыдущим пунктам, в зависимости от критичности влияния на последующее решение допущенной ошибки

Члены методической комиссии:

доцент кафедры математических методов и моделей в экономике

доцент кафедры математических методов и моделей в экономике

  


Раменская А.В.

Яркова О.Н.