

Тема урока “Геометрия помогает решать задачи на движение”

Никифоров С.В.

ГБОУ Многопрофильный лицей 1799 “Плехановец”

30 ноября 2015 г.

Геометрия - это искусство хорошо рассуждать на плохо выполненных чертежах.

Геометрия - это искусство хорошо рассуждать на плохо выполненных чертежах.

Нильс Г. Абель

Решение задачи на движение с помощью геометрической модели

Задача 1.

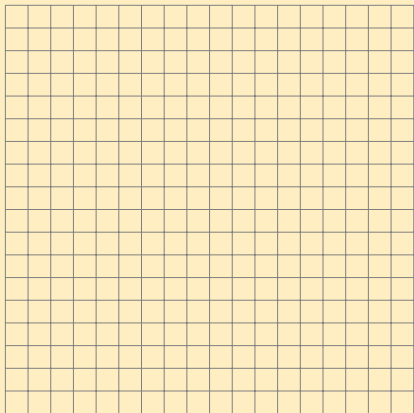
Из пунктов A и B одновременно выехали навстречу друг другу два велосипедиста.

Когда второй проехал половину пути, первому осталось проехать до пункта B 14 км.

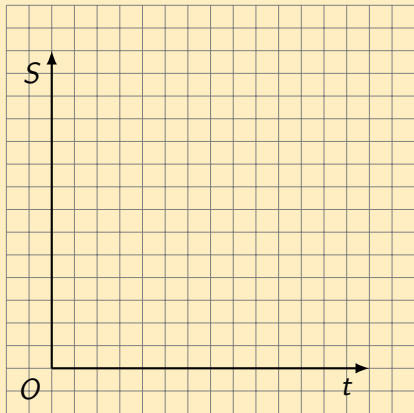
Когда первый прибыл в пункт B , второму осталось проехать до пункта A 10,5 км.

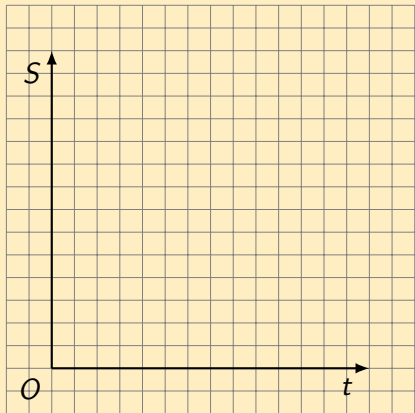
На каком расстоянии от пункта A велосипедисты встретились?

Введем систему координат

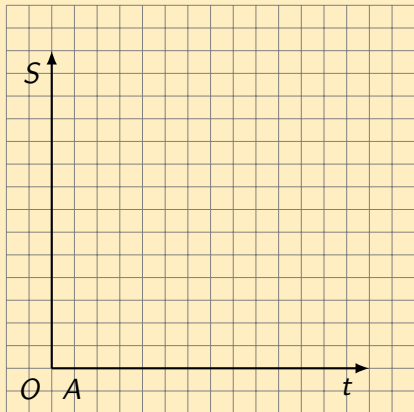


Введем систему координат

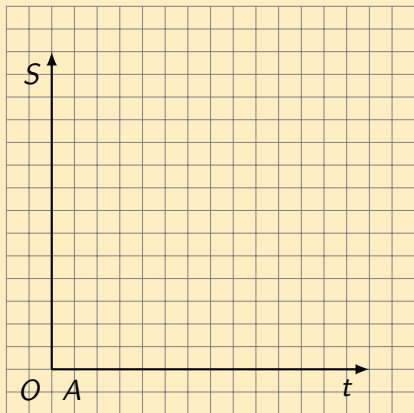




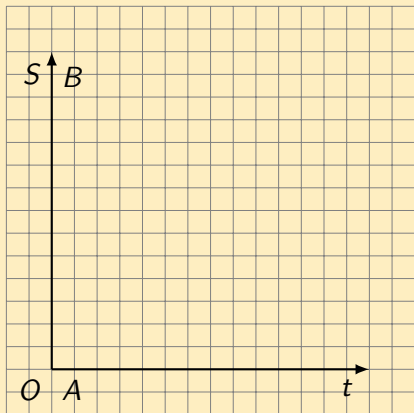
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .



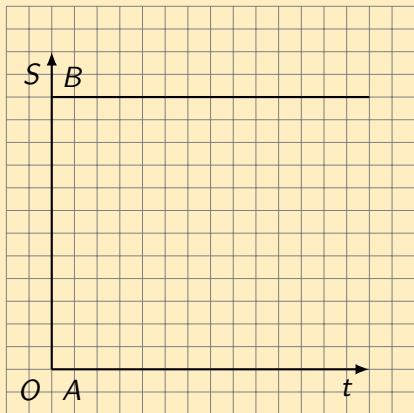
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .



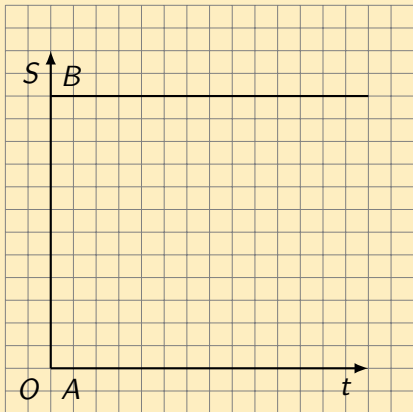
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .
 A пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A



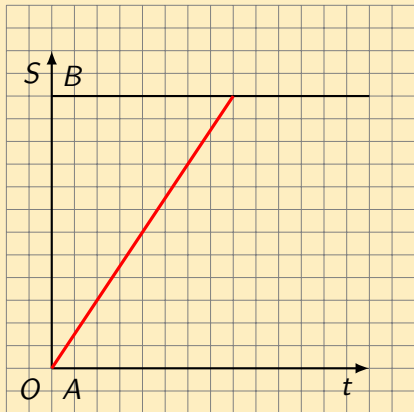
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .
 A пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A



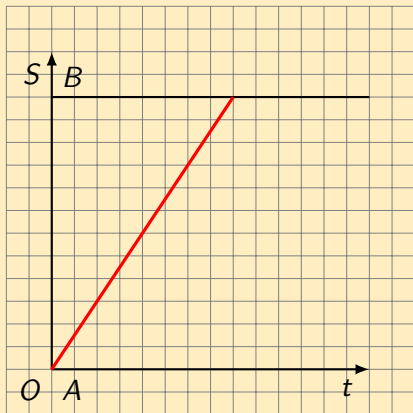
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .
 A пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A



Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .
 A пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A
Первый приехал в пункт B
раньше второго.



Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .
 A пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A
Первый приехал в пункт B
раньше второго.

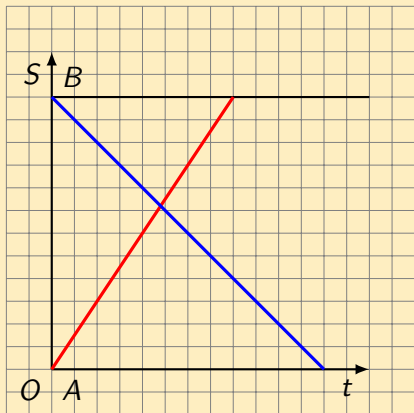


Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .

А пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A

Первый приехал в пункт B
раньше второго.

Второй приехал в пункт A
позже первого.

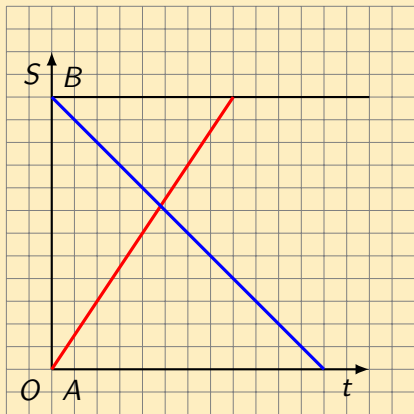


Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .

А пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A

Первый приехал в пункт B
раньше второго.

Второй приехал в пункт A
позже первого.



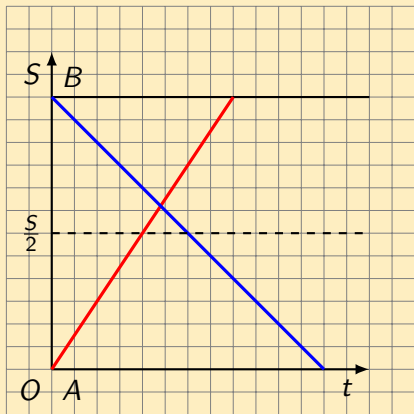
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .

А пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A

Первый приехал в пункт B
раньше второго.

Второй приехал в пункт A
позже первого.

Проведем линию, соответ-
ствующую $\frac{S}{2}$.



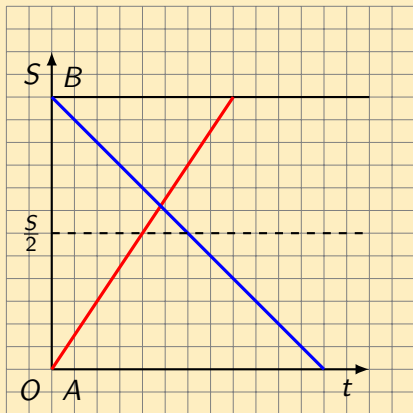
Введем систему координат
Пусть пункт A находится
в начале оси OS .

А пункт B находится
на некотором расстоянии
от пункта A

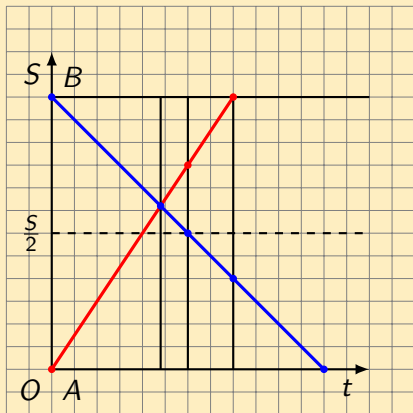
Первый приехал в пункт B
раньше второго.

Второй приехал в пункт A
позже первого.

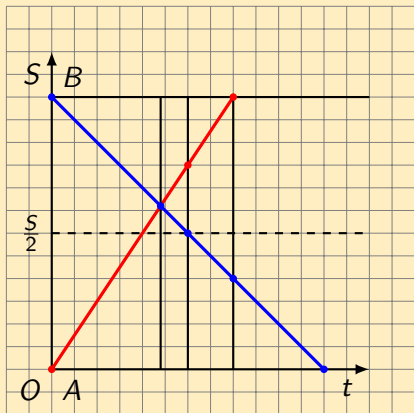
Проведем линию, соответствующую $\frac{S}{2}$.



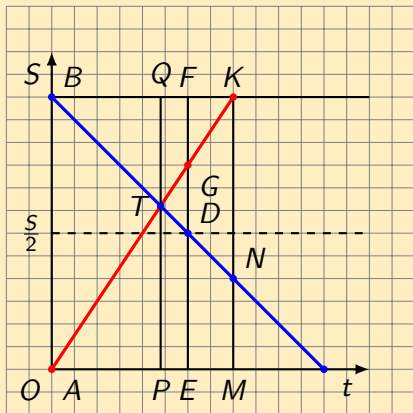
Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.



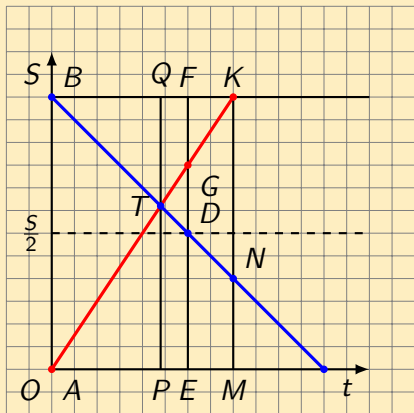
Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.



Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени. Обозначим точки буквами.



Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.
Обозначим точки буквами.

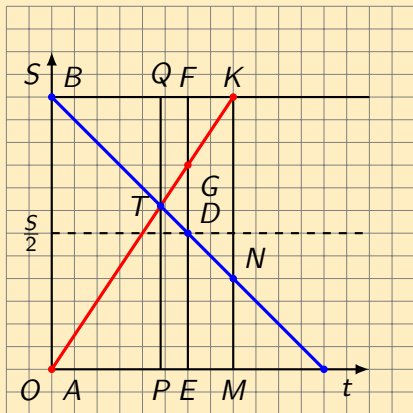


Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.



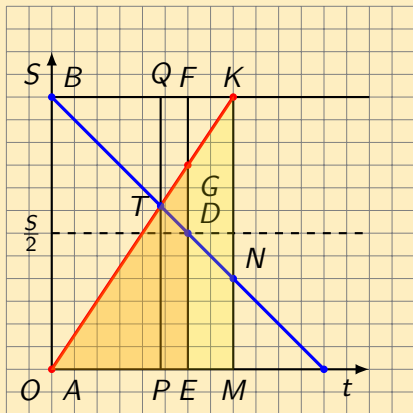
Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$\triangle AMK \sim \triangle AEG$,



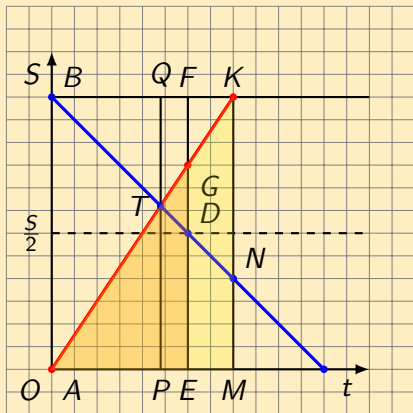
Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$\triangle AMK \sim \triangle AEG$,



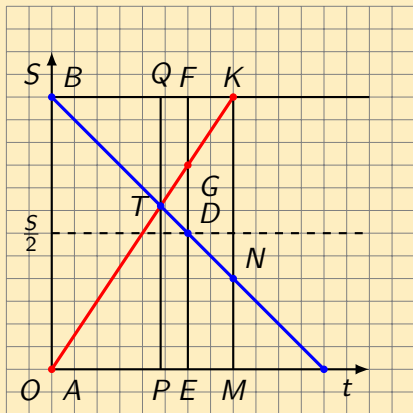
Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$$\triangle AMK \sim \triangle AEG, \quad \frac{MK}{EG} = \frac{AM}{AE}.$$



Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

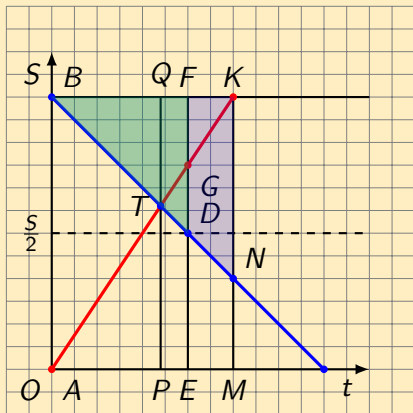
Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$$\triangle AMK \sim \triangle AEG, \quad \frac{MK}{EG} = \frac{AM}{AE}.$$

$$\triangle BKN \sim \triangle BFD,$$



Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

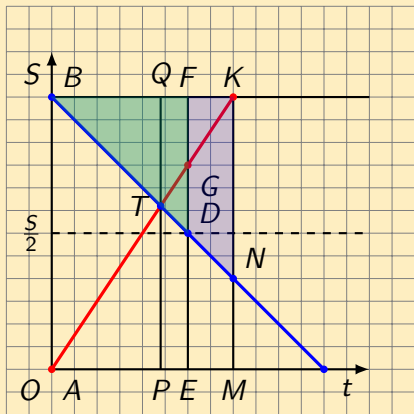
Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$$\triangle AMK \sim \triangle AEG, \quad \frac{MK}{EG} = \frac{AM}{AE}.$$

$$\triangle BKN \sim \triangle BFD,$$



Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

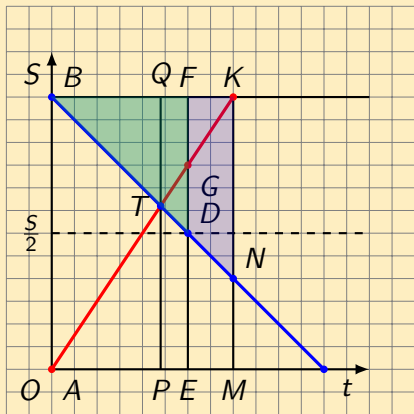
Обозначим точки буквами.

По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$$\triangle AMK \sim \triangle AEG, \quad \frac{MK}{EG} = \frac{AM}{AE}.$$

$$\triangle BKN \sim \triangle BFD, \quad \frac{KN}{FD} = \frac{BK}{BF}.$$



Проведем вспомогательные прямые, соответствующие указанным в условии моментам времени.

Обозначим точки буквами.

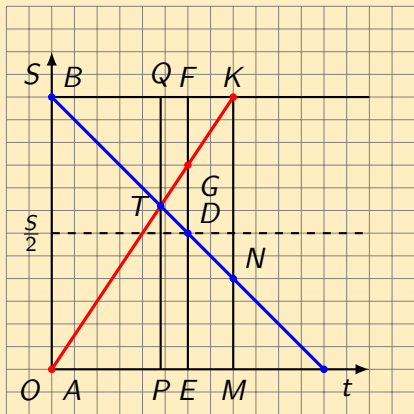
По условию $GF = 14$,

$MN = 10,5$.

$$\triangle AMK \sim \triangle AEG, \quad \frac{MK}{EG} = \frac{AM}{AE}.$$

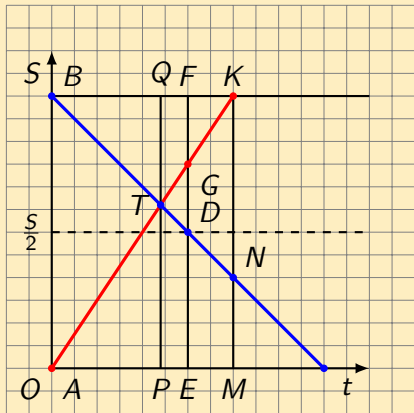
$$\triangle BKN \sim \triangle BFD, \quad \frac{KN}{FD} = \frac{BK}{BF}.$$

$$AM = BK, \quad AE = BF, \quad \frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}.$$



$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

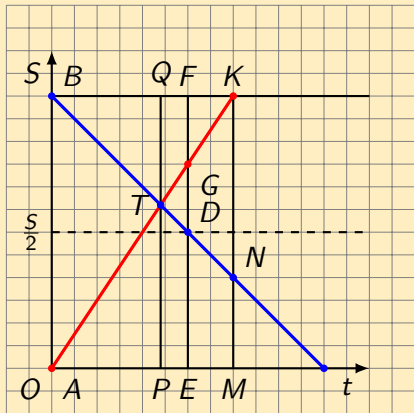
$$MK = S, \quad GE = S - 14,$$



$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

$$MK = S, \quad GE = S - 14, \quad \frac{S}{2}$$

$$KN = S - 10,5, \quad FD = \frac{S}{2}$$

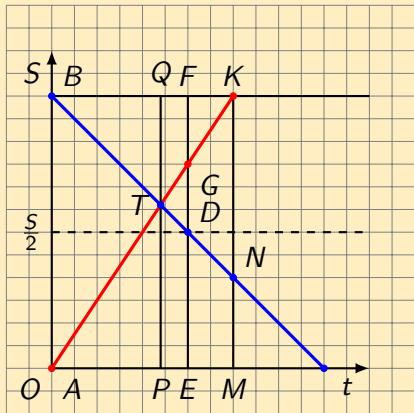


$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

$$MK = S, \quad GE = S - 14, \quad \frac{S}{2}$$

$$KN = S - 10,5, \quad FD = \frac{S}{2}$$

$$\frac{S}{S - 14} = \frac{2(S - 10,5)}{S}$$



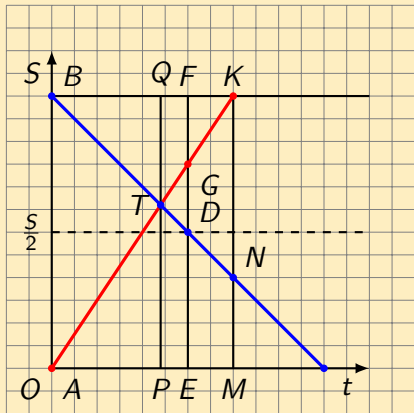
$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

$$MK = S, \quad GE = S - 14, \quad \frac{S}{2}$$

$$KN = S - 10,5, \quad FD = \frac{S}{2}$$

$$\frac{S}{S - 14} = \frac{2(S - 10,5)}{S}$$

$$S^2 = (S - 14) \cdot (2S - 21)$$



$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

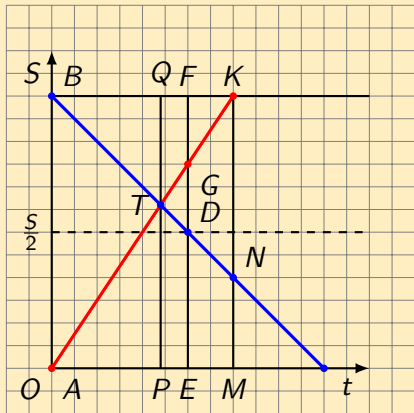
$$MK = S, \quad GE = S - 14, \quad \frac{S}{2}$$

$$KN = S - 10,5, \quad FD = \frac{S}{2}$$

$$\frac{S}{S - 14} = \frac{2(S - 10,5)}{S}$$

$$S^2 = (S - 14) \cdot (2S - 21)$$

$$S^2 - 49S + 294 = 0.$$



$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

$$MK = S, \quad GE = S - 14, \quad S$$

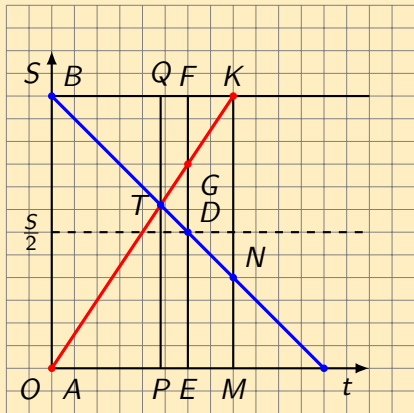
$$KN = S - 10,5, \quad FD = \frac{S}{2}$$

$$\frac{S}{S - 14} = \frac{2(S - 10,5)}{S}$$

$$S^2 = (S - 14) \cdot (2S - 21)$$

$$S^2 - 49S + 294 = 0.$$

$$\begin{cases} S_1 = 7, \\ S_2 = 42. \end{cases}$$



$$\frac{MK}{EG} = \frac{KN}{FD}$$

$$MK = S, \quad GE = S - 14, \quad \frac{S}{2}$$

$$KN = S - 10,5, \quad FD = \frac{S}{2}$$

$$\frac{S}{S - 14} = \frac{2(S - 10,5)}{S}$$

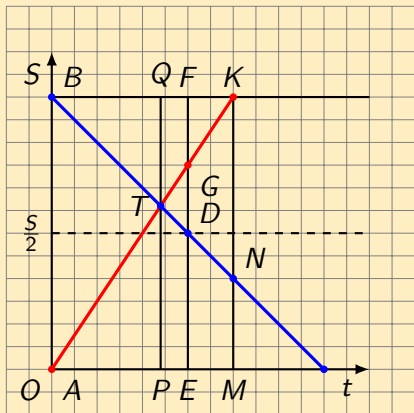
$$S^2 = (S - 14) \cdot (2S - 21)$$

$$S^2 - 49S + 294 = 0.$$

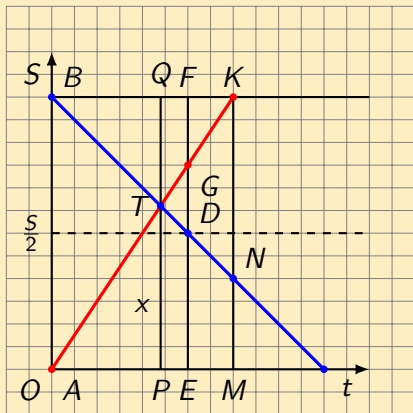
$$\begin{cases} S_1 = 7, \\ S_2 = 42. \end{cases}$$

$$S = 42.$$

Искомое расстояние $PT = x$.

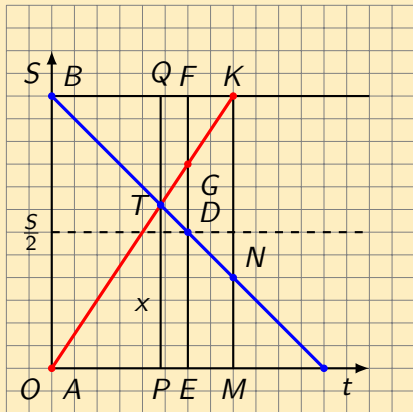


Искомое расстояние $PT = x$.



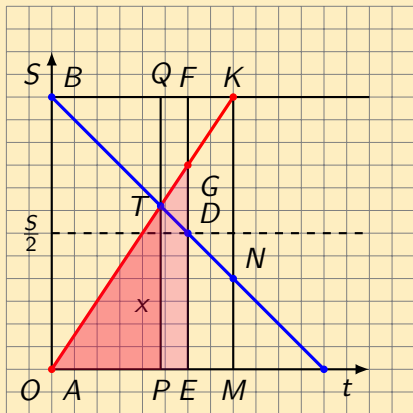
Искомое расстояние $PT = x$.

$\triangle AEG \sim \triangle APT$,



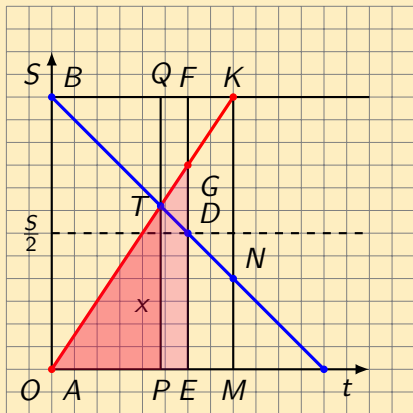
Искомое расстояние $PT = x$.

$\triangle AEG \sim \triangle APT$,



Искомое расстояние $PT = x$.

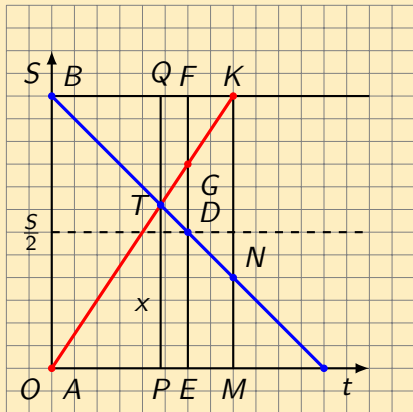
$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$



Искомое расстояние $PT = x$.

$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

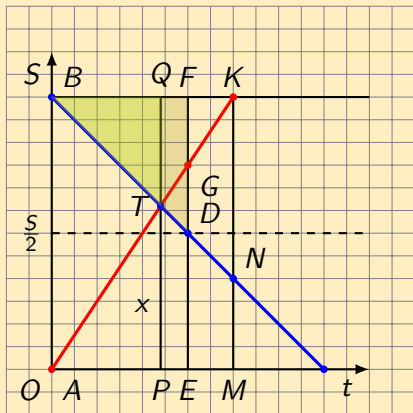
$$\triangle BFD \sim \triangle BQT,$$



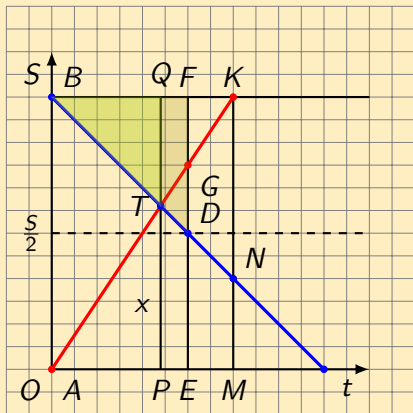
Искомое расстояние $PT = x$.

$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT,$$



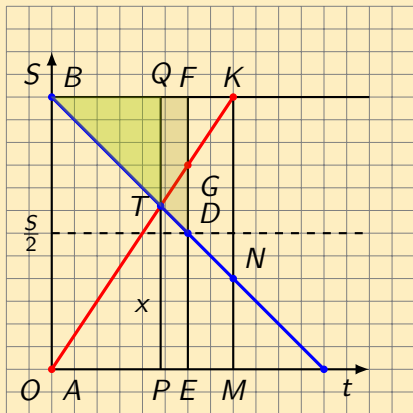
Искомое расстояние $PT = x$.



$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

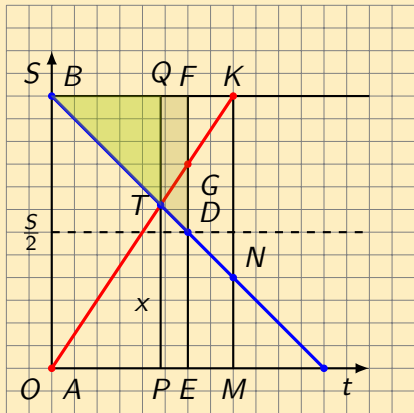
Искомое расстояние $PT = x$.



$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$



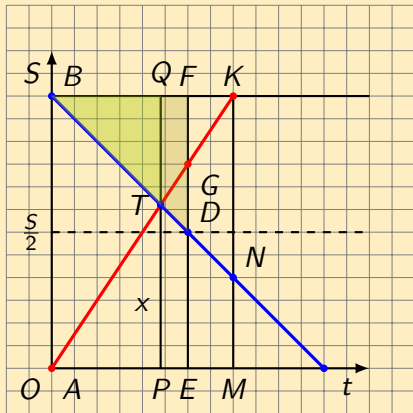
Искомое расстояние $PT = x$.

$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$

$$\boxed{\frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}}$$



Искомое расстояние $PT = x$.

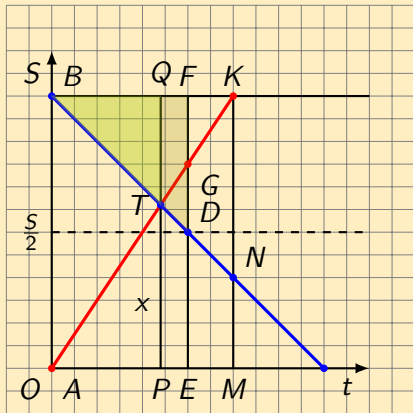
$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$

$$\boxed{\frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}}.$$

$$FD = \frac{S}{2} = 21,$$



Искомое расстояние $PT = x$.

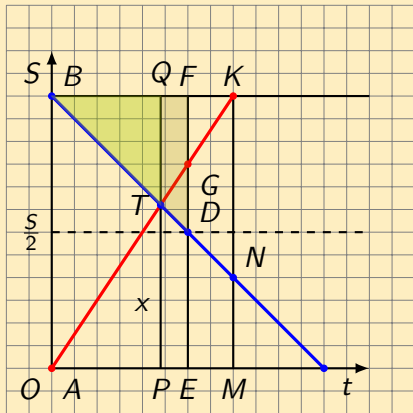
$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$

$$\boxed{\frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}}$$

$$FD = \frac{S}{2} = 21, \quad GE = 42 - 14 = 28.$$



Искомое расстояние $PT = x$.

$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

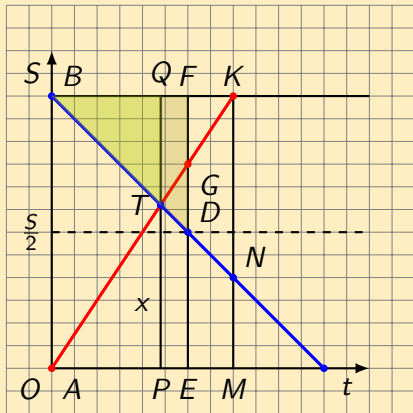
$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$

$$\boxed{\frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}}$$

$$FD = \frac{S}{2} = 21, \quad GE = 42 - 14 = 28.$$

$$\frac{21}{42 - x} = \frac{28}{x},$$



Искомое расстояние $PT = x$.

$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

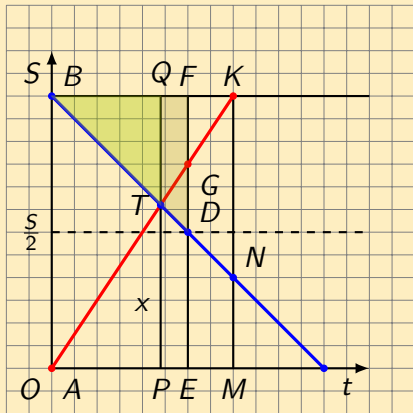
$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$

$$\boxed{\frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}}$$

$$FD = \frac{S}{2} = 21, \quad GE = 42 - 14 = 28.$$

$$\frac{21}{42 - x} = \frac{28}{x}, \quad x = 24.$$



Искомое расстояние $PT = x$.

$$\triangle AEG \sim \triangle APT, \quad \frac{GE}{PT} = \frac{AE}{AP}$$

$$\triangle BFD \sim \triangle BQT, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{BF}{BQ}$$

$$BF = AE, \quad BQ = AP, \quad \frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}.$$

$$\boxed{\frac{FD}{QT} = \frac{GE}{PT}}.$$

$$FD = \frac{S}{2} = 21, \quad GE = 42 - 14 = 28.$$

$$\frac{21}{42 - x} = \frac{28}{x}, \quad x = 24.$$

Ответ: 24.