***На правах рукописи***

Минобрнауки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«Оренбургский государственный университет»**

Кафедра геометрии и компьютерных наук

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

*«Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

(код и наименование направления подготовки)

*Машины и аппараты пищевых производств*

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

*Бакалавр*

Форма обучения

*Заочная*

Составители \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Казакова О.Н.

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры геометрии и компьютерных наук

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Шухман А.Е.

Методические указания является приложением к рабочей программе по дисциплине Линейная алгебра, зарегистрированной в ЦИТ под учетным номером\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Содержание**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 Методические указания по лекционным занятиям ……………….............. | 4 |
| 2 Методические указания по практическим занятиям ………………………. | 4 |
| 3 Методические указания по самостоятельной работе …..…………............. | 5 |
| 3.1 Методические указания по выполнению контрольной работы ………… | 6 |
| 4 Методические указания по промежуточной аттестации по дисциплине | 7 |

**1 Методические указания по лекционным занятиям**

На лекции излагается теоретический и практический материал, относящийся к основному курсу. Лекции занимают почти половину времени, отведенного на занятия по расписанию, которым принадлежит главная и ведущая роль в учебном процессе.

Из значительного числа учебников и учебных пособий лектор выбирает самое главное, отбрасывая детали, предполагая уделить особое внимание логике рассуждений. Особенность обучения по заочной форме – необходимость самостоятельного более глубокого изучения учебного материала.

Список литературы по изучаемой дисциплине преподаватель сообщает на первом лекционном занятии. Поинтересуйтесь, какое их предложеных учебников и пособий вам больше подходит и есть ли в библиотеке необходимая книга в бумажном или электронном варианте.

Основная задача лекции – учить мыслить. Интонацией голоса и манерой изложения лектор подчеркивает самое существенное, расстанавливает по местам главное и второстепенное. .Надо внимательно слушать лекцию, в ходе которой лектор обычно наиболее важные идеи выделяет повторениями, замедленным темпом изложения, паузами, с тем чтобы слушатели могли их записать.

Лекции по математическим дисциплинам, как правило, записываются дословно. Поэтому внимательно следите за тем, что говорит лектор, и что он записывает на доске. Часто бывает, что лектор пишет на доске формулу или какое-то математическое выражение и попутно комментирует его. Не надо паниковать. Преподаватель обязательно еще раз даст все пояснения и подождет, пока вы все запишите в своей тетради.

Для леций необходимо завести специальную тетрадь. На обложке обязательно запишите свои данные, название предмета – «Линейная алгебра», Фамилию, Имя и Отчество преподавателя; время и аудиторию, в которой его можно найти в случае возникновения вопросов. На первой странице запишите все символы и значки, сокращения, которые вы будете использовать при конспектировании лекций. Обязательно оставляйте поля, на которых можно делать заметки или записывать вопросы. Выделяйте абзацем, цветом, подчеркиванием особо важные утверждения (определения, теоремы и т.п.).

**2 Методические указания по практическим занятиям**

На практических занятиях обычно закрепляется тот материал, который теоретически рассматривался на лекциях.

Внимательно прочитайте дома лекцию, по необходимости – соответствующий раздел учебника. В начале практического занятия спросите у преподавателя все то, что вы не поняли. Не зная теоретического материала, вы не сможете продуктивно решать задачи.

Необходимо, по возможности, полнее ознакомиться с методом решения задач: просмотреть свои записи решений задач, проводившихся под руководством преподавателя, а также примеры анализа задач, даваемых в учебниках, сборниках задач.

На практических занятиях следует учиться вести запись, которая облегчает работу, выявляет и подчеркивает методику расчета, дает возможность легко проверить ход решения и обнару­жить ошибку. Все записи следует вести с предельной аккуратностью. Конечные результаты каждого этапа работы надо под­черкивать и выносить на поля.

Особое внимание надо уделять четкому написанию цифр. Все вычисления рекомендуется делать в той же тетради, в которой ведется решение. Запись на клочках, на отдельных листах затрудняет проверку расчетов.

Необходимо овладеть навыками графического представления изучаемого материала. Графическое изображение показывает ход решения сложных задач и помогает его запоминанию.

Например:

|  |
| --- |
| СИСТЕМА |

|  |  |
| --- | --- |
| однородная  (если все свободные  члены равны нулю) | неоднородная  (если среди свободных членов  есть отличные от нуля) |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| единственное  решение-нулевое  (если ранг равен числу неизвестных) | множество  решений  (если ранг меньше числа неизвестных) | совместная  (если ранги основной и расширенной матриц равны) | несовместная  (если ранги основной и расширенной матриц не равны) |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| выбираем базисный минор, базисные неизвестные, параметры, выражаем базисные неизвестные через параметры, записываем общее решение системы | единственное  решение-нулевое  (если ранг равен числу неизвестных) | множество  решений  (если ранг меньше числа неизвестных) |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| решаем методом Крамера | выбираем базисный минор, базисные неизвестные, параметры, выражаем базисные неизвестные через параметры, записываем общее решение системы |

Примерные задания для практических занятий.

1. **Комплексные числа, 1 час**
2. Найти сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел: ;.
3. Вычислить: ;
4. Записать комплексное число в тригонометрической форме: а) , б) ,
5. Найти произведение двух комплексных чисел:

а);

1. Найти частное двух комплексных чисел:

а) ;

1. Возвести комплексное число в степень: а) 
2. Найти все значения корня указанной степени из комплексного числа 
3. **Матрицы и определители, 1 час**

1.Вычислить: 3А+2В, где А=; В=;

2. Найти произведение матриц: а) **;** б)**;**

3. Вычислить определитель:

**;** **;** **;**

4. Найти матрицу, обратную данной: а) А=; б) **;**

5. Определить ранг матрицы и указать какой-либо базисный минор:

а) ; б) ;

1. **Системы линейных уравнений, 1 час**

1.Решить систему по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса:

а) ; б) ;

3. Исследовать систему на совместность и в случае совместности найти все ее решения:



4. Найти общее решение и фундаментальный набор решений системы:

а) ; б) 

1. **Векторная алгебра, 1 час**

1.Указать коллинеарные векторы:



2 Коллинеарны ли векторы  и , построенные по векторам  и .**.**

3 Дано: . Найти: .

4 Найти векторное произведение .

5 Компланарны ли векторы .

6 Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  и , как на сторонах, где.

1. **Линейные пространства. Евклидовы пространства, 1 час**

1 Выяснить, являются ли векторылинейно зависимыми?

2 Найти общее решение системы и проанализировать его структуру: указать какой-либо базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства:

а).

3 В пространстве известны :. Доказать, что  базис и найти координаты данного вектора в этом базисе.

4 Дана матрица перехода от базиса  к базису . Найти координаты векторов в базисе .

1. **Линейные операторы в линейном пространстве, 1 час**

1 Найти матрицу линейного оператора , где  в том базисе, в котором даны координаты векторов x, y.

2 Пусть  в базисе. Найти матрицу линейного оператора f в базисе , если  ; .

3 Является ли линейным оператор f, переводящий вектор  в вектор у, заданный координатами в том же базисе: .

4 Какие из указанных векторов являются собственными векторами оператора f, если оператор задан матрицей **.**

5 Найти собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей

 ,

1. **Аналитическая геометрия на плоскости, 1 час**

1 Написать уравнение прямой, привести к общему виду и построить, если она задана точкой М0 (-1, 2) и направляющим вектором  (3, -1); если она задана точкой М0 (-1, 2) и нормальным вектором  (3, -1).

2 Составить уравнение окружности, проходящей через точки А(1;5), В(-4;0), С(4;-4).

3 Найти полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса .

4 Найти координаты центра, вершин и уравнения асимптот гиперболы .

5 Парабола с вершиной в начале координат проходит через точку А(2;4) и симметрична относительно оси Ox. Найти фокус и уравнения параболы и ее директрисы.

6 Найти центр и радиус окружности .

7 Записать в полярных координатах уравнения линий:

а) ; б) ; в) ; г) .

1. **Аналитическая геометрия в пространстве, 1 час**

1 Доказать, что вектор является направляющим для прямой: .

2 Исследовать взаимное расположение плоскостей  : 3х+2у+2=5; : 2х+у+3z=11;

: 2х+3у+z=1.

3 Составить уравнение прямой , если известно, что она проходит через точку А перпендикулярно плоскости: .

4 Исследовать взаимное расположение прямых и **.**

5 Какие поверхности определяет уравнение:

а1) ; а2) ; а3) ; б) ; в) ;

г1) ; г2) .

6 Какая линия изображается системой уравнений:

а) ; б) ; в) .

7 Составить уравнение поверхности вращения:

а)  вокруг оси ; б)  вокруг оси ;

**3 Методические указания по самостоятельной работе**

Самостоятельная работа студентов включает в себя: выполнение контрольной работы; самоподготовку (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; подготовка к практическим занятиям, зачету).

Читая учебник или учебное пособие, надо обращать внимание на те положения, которые дают ответы на поставленные вопросы учебной программы, на выделенные слова, предложения, определения, которые выражают главное содержание темы. Необходимо осмыслить содержащиеся в нем факты, примеры, термины, понятия и вытекающие из них теоретические обобщения (правила, выводы, законы). Наиболее трудные места надо продумать, прочесть еще раз, пока не усвоите их содержание, обязательно рассмотреть рисунки, схемы, таблицы, прочитайте подписи и обозначения. Не забыть просмотреть сноски, которые находятся внизу листа (подстрочечник). Усвоив содержание учебного материала, необходимо законспектировать главные положения, выписать определения, факты, цифры. Встретив наиболее трудные для самостоятельного усвоения положения, необходимо уточнить их на консультации у преподавателя.

Главное правило при выборе вами учебника - доступность его языка для вас. Поэтому у вас может быть в работе несколько учебников. Один обязательный, рекомендованный преподавателем, второй понятный лично вам. Второе главное правило, чтобы учебник отражал тематический план дисциплины, предложеный в рабочей программе дисциплины (режим доступа через личный кабинет обучающегося <https://osu.ru/iss/lks/>).

Изучение линейной алгебры в вузе опирается на школьный курс. Поэтому целесообразно самостоятельно по школьным справочникам повторить следующие темы: геометрические векторы на плоскости и в пространстве (определение вектора, координат вектора, виды векторов, линейные операции над векторами в геометрической и координатной формах, коллинеарность и компланарность векторов, скалярное произведение векторов, линейная зависимость и независимость векторов), уравнения прямой, плоскости, окружности.

**3.1 Методические указания по выполнению контрольной работы**

Рабочей программой по дисциплине предусмотрено выполнение контрольной работы. Задания выдаются преподавателем на практическом занятии.

Индивидуальные задания для выполнения данного вида работ представлены в Фонде оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (ФОС), который доступен через личный кабинет обучающегося на сайте университета, режим доступа <https://osu.ru/iss/lks/>.

Примеры решения задач можно посмотреть в следующем источнике:

Казакова, О. Н. Алгебра, геометрия и начала анализа [Электронный ресурс] : практикум для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 18.03.01 Химическая технология, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья, 19.03.03 Продукты питания животного происхождения, 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, 35.03.08 Водные биоресурсы и аквакультура / О. Н. Казакова, Т. А. Фомина; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2019. - ISBN 978-5-7410-2383-9. - 170 с Режим доступа: <http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/114369_20191202.pdf>

Не следует откладывать выполнение работы. Лучше всего выполнять задания постепенно, распределяя их на весь период между сессиями.

Помните, что надо не только решить пример, но и знать соответствующие теоретические положения. При подготовке к выполнению работы необходимо изучить (повторить) соответствующие разделы по лекциям, пособиям и учебникам.

Работа должна быть выполнена в тонкой тетради в клетку. Титульный лист оформляется в соответствии со стандартом оформления студенческих работ СТО 02069024.101–2015 Работы студенческие (<http://www.osu.ru/docs/official/standart/standart_101-2015_.pdf>). На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, группа, название дисциплины. Вариант индивидуальных заданий студента соответствует его списку в группе или определяется иным способом преподавателем и сообщается студентам. Тетрадь с выполненными заданиями сдается преподавателю на проверку не позднее, чем за неделю до начала сессии.

При выполнении работы и ее оформлении необходимо придерживаться следующих правил:

- работа должна быть выполнена в тетради, имеющей поля для замечаний рецензента. Чернила можно использовать любого цвета, кроме красного;

- перед решением каждой задачи нужно привести полностью ее условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера;

- следует придерживаться той последовательности при решении задач, в какой они даны в задании, строго сохраняя при этом нумерацию заданий;

- в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании по своему варианту. Работы, содержащие не все задания, а также содержащие задачи не своего варианта, не зачитываются;

- решения задач должны сопровождаться развернутыми пояснениями; нужно привести в общем виде все используемые формулы с объяснением употребляемых обозначений; объяснить и мотивировать все действия по ходу решения; сделать необходимые чертежи. Чертежи должны быть выполнены в прямоугольной системе координат в полном соответствии с данными условиями задач и теми результатами, которые получены;

- после получения прорецензированной работы (как не зачтенной, так и зачтенной) необходимо исправить все отмеченные преподавателем ошибки и недочеты выполнить все рекомендации преподавателя. Если работа получила в целом положительную оценку, но в ней есть отдельные недочеты (указанные в тетради), то нужно сделать соответствующие исправления и дополнения в той же тетради (после имеющихся решений и записи «Работа над ошибками») и на защите. Если работа не зачтена, то ее необходимо в соответствии с требованиями частично или полностью переделать. Повторную работу надо выполнять в той же тетради (если есть место) или в новой тетради с надписью на обложке «Повторная», и вместе с не зачтенной работой направить ее на новую проверку. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

Если вы испытываете затруднения в освоении теоретического или практического материала, то можете получить консультацию преподавателя.

Необходимо приучать себя к анализу условий задачи: после внимательного ознакомления с условиями задачи и выясне­ния, на каких законах и положениях оно должно основываться, необходимо представить весь ход решения, т. е. наметить общую последовательность действий и только после этого приступать к её выполнению.

**4 Методические указания по промежуточной аттестации по дисциплине**

Итоговой формой контроля по линейной алгебре является зачет. Особенность сдачи зачета по математическим дисциплинам является то, что простое заучивание «текста» здесь неприемлемо. Необходимо четко знать сущность рассматриваемых понятий, формул, теорем.

Критерии оценивания ответа студента на зачете преподаватель сообщает в начале семестра, их можно найти в ФОС ( режим доступа <https://osu.ru/iss/lks/>).

Запоминание не должно подменяться заучиванием наизусть, но в ряде случаев и заучивание не может быть заменено запоминанием.

Ес­ли выяснилось, что данный материал следует заучить наизусть, не надо делать этого в один прием. Только первый период заучивания продуктивен, затем внимание постепенно ослабевает, и дальнейшее время будет потеряно.

Заучивание неизбежно связано с повторением. Повторение – важнейшее звено всякого учебного процес­са. При заучивании легко усваиваемого материала, первые повторения дают наибольший результат, а последую­щие повторения прибавляют к достигнутому уже результату все меньше и меньше. Трудный материал, напротив, вначале запоминается медленно, а в дальнейшем усвоение его заметно ускоряется.

Разнообразие повторений способствуют установлению новых связей учебного материала с прак­тикой, со смежными теоретическими вопросами. В резуль­тате изученный материал не только полнее и прочнее запоминается, но и воспроизведение его в памяти приобретает необходимую гибкость, материал легко при­поминается во всех случаях, когда он может быть поле­зен.

Огромное значение имеет последовательность в работе. Если при изучении очередного вопроса вы столкнулись с понятием, которое вы уже рассматривали ранее, не поленитесь, вернитесь к нему еще раз. Это поможет лучше его замомнить. Например, при изучении специальных операций над матрицами (транспонирование, умножение матрицы на матрицу, построение обратной матрицы), необходимо знать что такое матрица, виды матриц, размерность матрицы, понятие определителя и т.п.

Прочность запоминания зависит от рационального распределения работы во времени. Лучше запоминается не то, что заучено в один прием или в короткий срок, а то, что усваивается на протяжении не­которого периода времени.

Полезно в процессе заучивания, время от времени, снова перечитывать все полностью. Следует обращать внимание на связи между смысловыми еденицами. При повторении их каждой в отдельности может образоваться прочная «круговая ассоциация»: последние слова связываются в памяти с первыми словами или началом.

При дословном запоминании всегда надо иметь в виду возможность заучивания с ошибками, при котором обра­зуются неправильные связи и ассоциации. В дальнейшем при вся­ком новом воспроизведении неправильная ассоциация все более упрочивается и даже после того как ошибка обна­ружена, разрушение образовавшейся неправильной ассо­циации оказывается затруднительной. Поэтому при зау­чивании материала, особенно при дословном запоминании, надо с самого начала внимательно проверять правильность заучивания.

Заранее поинтересуйтесь у преподавателя, какими справочными материалами можно пользоваться (например, таблица поверхностей второго порядка). Но помните, что использование справочных материалов не освобождает от необходимости знания основного учебного материала.

Вам легче будет готовиться к зачету, если вы будете выполнять все требования преподавателя в течение семестра: не пропускать лекций, аккуратно вести конспект лекций, учить теорию постепенно, по мере изучения темы и проведения устных и письменных опросов на текущих занятиях, вовремя выполнять все домашие задания.

Вопросы к зачету содержатся в ФОС( режим доступа <https://osu.ru/iss/lks/>).