

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра алгебры и дискретной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.14 Фундаментальная и компьютерная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки
(код и наименование направления подготовки)

Алгоритмы и приложения компьютерной математики
(специализация направления подготовки)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Оренбург 2015

**Рабочая программа дисциплины «Б.1.Б.14 Фундаментальная и компьютерная алгебра»
/сост. В.В. Носов - Оренбург: ОГУ, 2015**

Рабочая программа предназначена студентам очной формы обучения по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Содержание

1 Цели и задачи освоения дисциплины	
2 Место дисциплины в структуре образовательной программы	
3 Требования к результатам обучения по дисциплине	
4 Структура и содержание дисциплины	
4.1 Структура дисциплины	
4.2 Содержание разделов дисциплины	
4.3 Лабораторные работы	
4.4 Практические занятия (семинары)	
4.5 Курсовая работа	
5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины	
5.1 Основная литература	
5.2 Дополнительная литература	
5.3 Периодические издания	
5.4 Интернет-ресурсы	
5.5 Методические указания к лабораторным занятиям	
5.6 Методические указания к практическим занятиям (семинарам)	
5.7 Методические указания к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы	
5.8 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий	
6 Материально-техническое обеспечение дисциплины	
Лист согласования рабочей программы дисциплины	
Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины	
Приложения:	
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	
Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: овладении методами как классической, так и современной прикладной алгебры, в приобретении навыков решения задач алгебраическими средствами.

Задачи:

- изучение основных разделов алгебры;
- формирование знаний, касающихся алгебраических систем, векторных пространств, многочленов над полями, компьютерной алгебры;
- овладение алгоритмами решения систем линейных уравнений, преобразования координат векторов, приведения квадратичных форм к заданному виду, решения задач на многочленах, решения систем сравнений и др.;
- умение использовать полученные знания для решения теоретических и практических задач.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: Б.1.Б.10 Физика, Б.1.Б.11 Численные методы, Б.1.Б.12 Теоретическая механика, Б.1.Б.20 Дифференциальная геометрия и топология, Б.1.Б.24 Компьютерная геометрия и графика, Б.1.В.ОД.3 Криптографические методы защиты информации, Б.1.В.ОД.5 Теория игр и исследование операций, Б.1.В.ОД.6 Теория конечных графов, Б.1.В.ОД.7 Теория кодирования, сжатия и восстановления информации, Б.1.В.ОД.8 Уравнения с частными производными, Б.1.В.ОД.11 Алгебраические системы, Б.1.В.ОД.14 Теоретико-числовые методы в криптографии, Б.1.В.ДВ.2.1 Дискретный анализ, Б.1.В.ДВ.4.1 Актуальные проблемы фундаментальной и компьютерной алгебры, Б.1.В.ДВ.4.2 Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях, Б.1.В.ДВ.5.1 Криптографические протоколы, Б.1.В.ДВ.7.1 Теория псевдослучайных генераторов, Б.2.В.У Учебная практика, Б.2.В.П.1 Преддипломная практика

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<u>Знать:</u> содержание ключевых понятий и определений, используемых в теории и практике решения алгебраических задач <u>Уметь:</u> применять прикладное программное обеспечение для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании, <u>Владеть:</u> навыками пользования прикладного программного обеспечения для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании	ОПК-1 готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов,

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
	численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
Знать: принципы построения научного исследования в соответствующей области наук. Уметь: обосновать актуальность, новизну, теоретическую и практическую значимость собственного исследования, определять методологию исследования, уметь делать выводы из проведенного исследования и определять перспективы дальнейшей работы, анализировать собранный эмпирический материал и делать достоверные выводы, отстаивать собственную научную концепцию в дискуссии, выступать оппонентом и рецензентом по научным работам Владеть: навыками работы с источниками научной литературе, владеть логикой научного исследования, научным стилем изложения собственной концепции	ОПК-4 способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
Знать: методы теории групп, колец, полей, векторных пространств Уметь: сформулировать и доказать основные результаты изучаемых разделов, применять алгебраические методы Владеть: понятийным аппаратом алгебраической теории и прикладных задачах	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
Знать: новые научные результаты, связанные с алгеброй Уметь: использовать современные методы для исследования и решения научных и практических задач; использовать новые знания и применять их в своей профессиональной деятельности Владеть: способностью проводить научные исследования и получать новые научные результаты	ПК-3 способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	216	216	108	540
Контактная работа:	85,25	85,25	52,5	223
Лекции (Л)	34	34	18	86
Практические занятия (ПЗ)	34	34	16	84
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	16	48
Консультации	1	1	1	3
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий			1	1

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5	1
Самостоятельная работа: - выполнение курсовой работы (КР); - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); - написание реферата (Р); - написание эссе (Э); - самостоятельное изучение разделов (перечислить); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	130,75	130,75	55,5	317
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	экзамен	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в алгебру	36	4	4	2	26
2	Матрицы и определители	44	8	8	4	24
3	Поле комплексных чисел	38	6	6	2	24
4	Общая теория систем линейных уравнений	48	8	8	4	28
5	Векторные пространства	50	8	8	4	30
	Итого:	216	34	34	16	132

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6	Основные алгебраические структуры	45	4	4	4	33
7	Основы теории групп	57	10	10	4	33
8	Основы теории колец	57	10	10	4	33
9	Кольцо целых чисел	57	10	10	4	33
	Итого:	216	34	34	16	132

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов		
		всего	аудиторная работа	внеауд. работа

			Л	ПЗ	ЛР	
10	Кольцо многочленов от одной переменной	28	10	8		10
11	Кольцо многочленов от нескольких переменных	24	6	8		10
12	Введение в компьютерную алгебру	10	2			8
13	Система компьютерной алгебры GAP	46			16	30
	Итого:	108	18	16	16	58
	Всего:	540	86	84	48	322

4.2 Содержание разделов дисциплины

1. Введение в алгебру

Понятие алгебраической операции. Свойства алгебраических операций. Отображения и их виды: инъективные, сюръективные и биективные. Перестановки и их свойства.

2. Матрицы и определители

Матрицы. Размеры матриц, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Нахождение обратной матрицы. Вычисление определителей по правилу Саррюса, разложением по строке и столбцу, с помощью элементарных преобразований.

3. Поле комплексных чисел

Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Свойства комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

4. Общая теория систем линейных уравнений

Система m линейных уравнений с n неизвестными. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений и их свойства. Критерий совместности. Общее решение системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

5. Векторные пространства

Понятие векторного пространства и его свойства. Линейная зависимость и независимость системы векторов, базис пространства. Скалярное произведение и его свойства. Линейные операторы. Матрица линейного оператора, характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

6. Основные алгебраические структуры

Группоиды и их свойства. Гомоморфизм группоидов

7. Основы теории групп

Группы. Основные свойства групп. Изоморфизмы групп. Подгруппы, нормальные подгруппы. Фактор-группы.

8. Основы теории колец

Кольца. Виды колец. Свойства колец. Изоморфизмы колец. Идеалы, фактор-кольца. Поля.

9. Кольцо целых чисел

Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Эвклида. Простые числа. Каноническое разложение числа на простые сомножители. Идеалы и сравнения. Свойства сравнений. Цепные дроби, подходящие дроби.

10. Кольцо многочленов от одной переменной

Одночлен, многочлен. Операции над многочленами. Свойства операций над многочленами. Корни многочлена. Теорема Виета. Разложение многочлена в произведение неприводимых над данным полем многочленов. Основная теорема алгебры.

11. Кольцо многочленов от нескольких переменных

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены. Представление симметрического многочлена в форме многочлена от элементарных симметрических многочленов.

12. Введение в компьютерную алгебру

Компьютерная алгебра (КА) как наука, ее отличительные особенности. Системы компьютерной алгебры (обзор). Представление данных в системах КА: представление целых чисел, дробей, вещественных чисел, представление полиномов. Возможности оптимизации вычислительных

операций. Представление рациональных, алгебраических, трансцендентных функций. Представление матриц. Представление рядов.

13. Система компьютерной алгебры GAP

Основы работы с системой GAP в MS Windows. Списки. Целые числа. Линейные программы. Векторы и матрицы. Ветвящиеся программы. Многочлены. Циклические программы (цикл FOR). Бинарные отношения. Циклические программы (цикл WHILE). Подстановки. Циклические программы (цикл REPEAT). Группы подстановок. Изучение свойств элементов группы. Изучение свойств подгрупп группы. Работа с библиотекой конечных групп.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	1	Введение в алгебру	2
2	2	Матрицы и определители	4
3	3	Поле комплексных чисел	2
4	4	Общая теория систем линейных уравнений	4
5	5	Векторные пространства	4
6	6	Основные алгебраические структуры	4
7	7	Основы теории групп	4
8	8	Основы теории колец	4
9	9	Кольцо целых чисел	4
10	13	Система компьютерной алгебры GAP	16
		Итого:	48

4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1,2	1	Введение в алгебру	4
3,4,5,6	2	Матрицы и определители	8
7,8,9	3	Поле комплексных чисел	6
10,11,12,13	4	Общая теория систем линейных уравнений	8
14,15,16,17	5	Векторные пространства	8
18,19	6	Основные алгебраические структуры	4
20,21,22,23,24	7	Основы теории групп	10
25,26,27,28,29	8	Основы теории колец	10
30,31,32,33,34	9	Кольцо целых чисел	10
35,36,37,38	10	Кольцо многочленов от одной переменной	8
39,40,41,42	11	Кольцо многочленов от нескольких переменных	8
		Итого:	84

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

5.2 Дополнительная литература

1. Сборник задач по алгебре Ч. II. Линейная алгебра и геометрия : в 2-х т. / под ред. А.И. Кострикин. - М. : Физматлит, 2007. - Т. 1. - Ч. I. Основы алгебры.. - 263 с. - ISBN 978-5-9221-0583-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82941>

5.3 Периодические издания

1. Алгебра и логика: журнал. – М.: Агентство «Роспечать».
2. Алгебра и анализ: журнал. – М.: Агентство «Роспечать».

5.4 Интернет-ресурсы

1. <http://mathem.h1.ru/algebra.html> – Математика on-line. В помощь студенту. Алгебра

5.5 Методические указания к лабораторным занятиям

Методические указания содержатся в выдаваемых студентам заданиях к лабораторным работам. Перечень работ и заданий к ним в составе УМК по дисциплине находится на кафедре алгебры.

5.6 Методические указания к практическим занятиям (семинарам)

1. Отрыванкина, Т. М. Алгоритмы компьютерной алгебры [Текст] : практикум / Т. М. Отрыванкина. – Оренбург : ОГУ, 2007. - 26 с.

5.7 Методические указания к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

нет

5.8 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Компьютерный класс с программным обеспечением: MS Windows; MS Office; свободно распространяемая на условиях GNU GPL система компьютерной алгебры GAP, режим доступа: <http://gap-system.org/>

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Компьютерный класс.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

ЛИСТ

согласования рабочей программы

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

код направления

Профиль: Алгоритмы и приложения компьютерной математики

Дисциплина: Б.1.Б.14 Фундаментальная и компьютерная алгебра

Форма обучения: очная

очная очно-заочная заочная

Год набора: 2015

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

протокол № 2 от "19" сентября 2015

Ответственный исполнитель, заведующий кафедрой

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

подпись

Пихтилькова О.А.

расшифровка подписи

дата

Исполнители:

Иванов С.

расшифровка подписи

Сидоров С.

подпись

Ковалева А.В.

расшифровка подписи

дата

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой Кафедра общей физики

наименование кафедры

Четверикова А.Г.

подпись

расшифровка подписи

дата

Заведующий кафедрой Кафедра компьютерной безопасности и математического обеспечения информационных систем

наименование кафедры

подпись

расшифровка подписи

Власова И.В.

расшифровка подписи

дата

Заведующий кафедрой Кафедра геометрии и компьютерных наук

наименование кафедры

подпись

Шухман А.Е.

расшифровка подписи

дата

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код направления

подпись

расшифровка подписи

дата

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

Истомина Л.В.

подпись

Истомина Л.В.

расшифровка подписи

дата

Начальник отдела информационных образовательных технологий ЦИТ

Дьядина Е.В.

подпись

Дьядина Е.В.

расшифровка подписи

дата

Образцы тестов для проведения текущего контроля

1. Операция сложения ассоциативна на множествах ...
а) $\mathbf{N}$ б) $\mathbf{R}$ в) квадратных матриц размера $n \times n$ г) $\mathbf{C}$
2. Операция умножения ассоциативна на множествах ...
а) $\mathbf{Z}$ б) $\mathbf{R}$ в) квадратных матриц размера $n \times n$ г) $\mathbf{C}$
3. Операция сложения коммутативна на множествах ...
а) $\mathbf{N}$ б) $\mathbf{R}$ в) квадратных матриц размера $m \times n$ г) $\mathbf{C}$
4. Операция умножения коммутативна на множествах ...
а) $\mathbf{N}$ б) $\mathbf{Q}$ в) квадратных матриц размера $n \times n$ г) $\mathbf{C}$
5. Примерами одноместных операций являются ...
а) сложение целых чисел
б) взятие обратного элемента для ненулевого рационального числа
в) построение матрицы, транспонированной по отношению к данной
г) деление иррациональных чисел
д) умножение многочленов
6. Аддитивными группами являются ...
а) $(\mathbf{N}, +)$ б) $(\mathbf{Z}, +)$ в) $(\mathbf{Z}, \cdot)$ г) $(\mathbf{Z} / \equiv_n, +)$ д) $(\{0\}, +)$ е) $(\{1\}, \cdot)$
7. Мультипликативными группами являются ...
а) $(\mathbf{N}, +)$ б) $(\mathbf{Z}, +)$ в) $(\mathbf{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ г) $(\mathbf{R} \setminus \{0\}, +)$ д) $(\mathbf{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ е) $(\{1\}, \cdot)$
Сведи предложенных множеств с операциями выберите циклические группы ...
а) $(\mathbf{N}, +)$ б) $(\mathbf{Z}, +)$ в) $(\mathbf{Z}, \cdot)$ г) $(\mathbf{Z} / \equiv_n, +)$
д) $(\{0\}, +)$ е) $(\{1\}, \cdot)$ ж) $(\mathbf{R}, +)$
8. Мономорфизмом называется ...
а) любой изоморфизм б) любая инъекция
в) любой гомоморфизм г) инъективный гомоморфизм
д) сюръективный гомоморфизм
9. Какими свойствами должны обладать сложение и умножение для того, чтобы было справедливо тождество $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$?
а) коммутативностью б) ассоциативностью
в) дистрибутивностью сложения относительно умножения
г) дистрибутивностью умножения относительно сложения
д) никаких специальных свойств не нужно
10. Кольцами являются ...
а) $(\mathbf{N}, +, \cdot)$ б) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ в) $(\mathbf{Z} / \equiv_n, +, \cdot)$ г) $(\{0\}, +, \cdot)$ е) $(\{1\}, +, \cdot)$ ж) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$
11. Полями являются ...
а) $(\mathbf{N}, +, \cdot)$ б) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ в) $(\{0\}, +, \cdot)$ г) $(\{1\}, +, \cdot)$ д) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$
12. Раскройте скобки в некоммутативном кольце: $(a - b)(a + b) = \dots$
1. Какое из предложенных чисел является корнем многочлена $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$?
а) 2 б) 3 в) 1 г) -3

- 2 Найдите корни многочлена $f(x) = x^4 + 3x^3 - x - 3$.
- 3 Корнем многочлена $y^2 + 2y + 10 = 0$ является число...
- а) $-1 + 3i$ б) 2 в) $1 + 3i$ г) 4
- 4 Даны многочлены $f(t) = 1 - t^2$, $g(t) = 1 + t^3$. Их линейная комбинация $f + 2g$ имеет вид...
- а) $2 - t^2 + t^3$ б) $3 - t^2 + 2t^3$ в) $2t^3 - t^2$ г) $3 - 2t^2 + t^3$
- 5 Известно, что $4x^3 - x^5 + 32 - 8x^2 = (x + 2)(-x^4 + ax^3 - bx + 16)$. Найдите a, b .
- 6 Найдите остаток от деления многочлена $2x^2 - 3x^3 - x + x^5 + 1$ на $x + 1$.
- 7 Найти значение многочлена $2x^5 - 4x^4 - x^2 + 2$ в точке $x = 7$.
- 8 Напишите формулировку теоремы Безу.
- 9 Многочлен четвертой степени может иметь ...
- а) четыре комплексных корня
б) три комплексных корня и один действительный корень
в) два комплексных корня и два действительных корня
г) один комплексный корень и три действительных корня
д) четыре действительных корня
- 10 Напишите формулы Виета для многочлена третьей степени.

Вопросы к экзамену

1 семестр

Матрицы. Операции над матрицами.

Понятие определителя. Формулы для определителей 2-го и 3-го порядков.

Свойства определителей.

Критерий обратимости матрицы.

Теорема Крамера.

Определение линейного пространства. Примеры.

Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, их свойства.

Конечномерные линейные пространства.

Координаты вектора в базисе. Замена базиса.

Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Свойства ранга матрицы.

Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение совместной системы линейных уравнений.

Пространство решений однородной системы линейных уравнений.

Линейные отображения и операторы. Теорема существования и единственности.

Матрица линейного отображения. Координаты образа вектора.

Изменение матрицы линейного отображения при замене базиса.

Образ и ядро линейного отображения.

Действия над линейными отображениями.

Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейные операторы простой структуры.

Евклидовы пространства.

Длины векторов и углы между векторами. Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации.

Ортогональное дополнение. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая.

Самосопряженные операторы.

Комплексные числа, их свойства Алгебраическая и тригонометрическая форма.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение, вычитание, умножение, деление и извлечение корня квадратного.

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме: умножение, деление, извлечение корня n -ой степени.

2 семестр

Бинарная алгебраическая операция и её свойства: группоид, моноид, полугруппа, квазигруппа, группа, абелева группа.

Основные алгебраические структуры: группа, кольцо, поле, векторное пространство.

Основные свойства групп.

Порядок элемента группы. Циклические группы.

Гомоморфизмы групп и его свойства.

Изоморфизмы групп и его свойства.

Подгруппы. Свойства подгрупп. Критерий подгруппы.

Смежные классы и их свойства.

Классы сопряжённых элементов и их свойства.

Нормальные подгруппы. Фактор-группы.

Кольцо. Виды колец. Область целостности. Поле.

Основные свойства колец.

Приводимые, неприводимые и обратимые элементы кольца. Отношение ассоциированности на множестве элементов кольца.

Факториальность колец.

Подкольца и идеалы. Фактор-кольца.

Эвклидовы кольца.

Кольцо целых чисел и его свойства.

Отношение делимости в кольце целых чисел. Свойства делимости.

Простые числа и их свойства.

Алгоритм Эвклида. НОД и НОК натуральных чисел.

Подходящие дроби. Свойства подходящих дробей.

Факториальность кольца целых чисел.

Идеалы кольца целых чисел. Свойства идеалов кольца. Отношение сравнимости по идеалу кольца целых чисел.

Свойства сравнений. Решение сравнений 1-ой степени.

Сравнения высших степеней. Квадратичные вычеты.

Символ Лежандра и Якоби.

3 семестр.

Простое трансцендентное расширение области целостности.

Степень многочлена. Свойства степеней многочленов.

Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Теорема о связи корня многочлена и делимости многочлена на двучлен.

Наибольшее возможное число корней многочлена в области целостности. Теорема. Следствие.

Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Теорема.

Теорема о делении с остатком.

Наибольший общий делитель. Взаимно простые многочлены. Теорема. Свойства НОД (6 свойств).

Алгоритм Евклида. Замечание.

Наименьшее общее кратное. Теорема о связи НОД и НОК многочленов.

Неприводимые над полем многочлены. Примеры.

Факториальное кольцо. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых многочленов и его единственность. Теорема.

Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Теорема.

Схема Горнера как метод деления многочлена на двучлен. Пример.

Формальная производная многочлена. Теорема (без док-ва).

Разложение многочлена по степеням двучлена. Получение формулы Тейлора для многочленов.

Неприводимые кратные множители многочлена. Теоремы (без док-ва). Разложение многочлена на множители первой и второй кратности.

Кратные корни многочлена. Теоремы (без док-ва). Два способа нахождения всех корней многочлена и определения их кратностей.

Общие корни 2-х многочленов. Результат. Дискриминант. Теорема (без док-ва). Вычисление дискриминанта для многочлена 2-ой степени. Пример.

Многочлен от нескольких переменных. Степень многочлена по отношению к переменной. Степень многочлена.

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Теорема об области целостности кольца многочленов.

Поле рациональных дробей. Трансцендентное расширение кольца многочленов от n переменных. Теорема.

Разложение многочлена от n переменных в произведение неприводимых многочленов и его единственность. Теорема.

Лемма Гаусса о произведении 2-х примитивных многочленов. Пример.

Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член многочлена. Замечание. Пример.

Высший член многочлена. Лемма о высшем члене произведения многочленов.

Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее (без док-ва).

Результат многочленов от нескольких переменных. Теорема (без док-ва).

Исключение переменных. Пример решения системы уравнений методом исключения переменных.

Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Теоремы (о возрастании модуля многочлена, о наименьшем значении модуля многочлена, лемма Даламбера -- без док-ва). Основная теорема алгебры.

Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых многочленов. Теоремы (без док-ва).

Зависимость между корнями и коэффициентами многочлена. Теорема Виета. Следствие из теоремы Виета.

Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Теоремы. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых многочленов. Теоремы. Следствия (без док-ва).

Уравнения третьей степени. Теорема о корнях уравнения третьей степени. Следствие. Теорема (без док-ва).

Уравнения четвертой степени. Получение корней уравнения четвертой степени.

Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Теорема. Следствия.

Замечание.

Критерий неприводимости Эйзенштейна (теорема). Следствие (без док-ва). Замечание.

Простое расширение поля, поле разложения многочлена. Определения. Теорема о неприводимости многочлена.

Строение простого алгебраического расширения поля. Теорема.

Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Схема решения.

Пример.

Составное алгебраическое расширение поля. Определения. Теоремы (без док-ва). Поле алгебраических чисел и его алгебраическая замкнутость.