

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета математики и информационных технологий

*Степ*

Герасименко С.А.

(подпись, расшифровка подписи)

"24" апреля 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

МОДУЛЯ

*«Б.1.В.ОД.2 Элементы функционального анализа»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления подготовки)

Общий профиль

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Оренбург 2015

**Рабочая программа модуля «Б.1.В.ОД.2 Элементы функционального анализа» /сост.  
И.Г. Руцкова. - Оренбург: ОГУ, 2015**

Рабочая программа предназначена студентам очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

## Содержание

1 Цели и задачи освоения модуля .....	
2 Место модуля в структуре образовательной программы .....	
3 Требования к результатам обучения по модулю .....	
4 Структура и содержание модуля.....	
4.1 Структура модуля .....	
4.2 Содержание разделов модуля .....	
4.3 Практические занятия (семинары) .....	
5 Учебно-методическое обеспечение модуля .....	
5.1 Основная литература .....	
5.2 Дополнительная литература .....	
5.3 Периодические издания .....	
5.4 Интернет-ресурсы .....	
5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий .....	
6 Материально-техническое обеспечение модуля .....	
Лист согласования рабочей программы модуля .....	
Дополнения и изменения в рабочей программе модуля .....	
Приложения:	
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по модулю .....	
Методические указания для обучающихся по освоению модуля .....	

## 1 Цели и задачи освоения модуля

**Цель (цели)** освоения модуля: изучение основных понятий, результатов и методов функционального анализа, формирование возможностей использования полученных знаний при изучении последующих математических и специальных дисциплин, решении прикладных задач и построении математических моделей.

### Задачи:

- изучение основных понятий, определений, теорем и методов функционального анализа;
- отработка навыков применения классических приемов и методов функционального анализа;
- формирование представлений о возможностях использования методов функционального анализа для решения задач теоретического и прикладного характера;
- приобретение практического опыта применения инструментов функционального анализа при решении задач прикладного характера.

## 2 Место модуля в структуре образовательной программы

Модуль относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты модуля: *Б.1.Б.11 Математический анализ, Б.1.Б.23 Алгебра и геометрия, Б.1.В.ОД.19 Дополнительные главы математического анализа*

Требования к входным результатам обучения, необходимым для освоения модуля

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения модуля	Компетенции
<p><b>Знать:</b> основные понятия, теоретические сведения и методы математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Уметь:</b> доказывать основные результаты математического анализа, применять теоретические сведения и методы математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Владеть:</b> классическими приемами и методами математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
<p><b>Знать:</b> о существующих способах решения задач математического анализа, алгебры и дифференциальных уравнений и методах поиска необходимой информации.</p> <p><b>Уметь:</b> систематизировать, анализировать имеющуюся информацию и делать выводы</p> <p><b>Владеть:</b> навыками поиска и обработки информации с помощью современных информационных технологий.</p>	ПК-1 способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
<p><b>Знать:</b> основные алгоритмы и методы математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений;</p> <p><b>Уметь:</b> выбирать и применять основные алгоритмы и методы математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений при решении задач теоретического и прикладного характера.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками вычисления пределов функций, дифференцирования и интегрирования функций, исследования рядов на сходимость, построения решений обыкновенных дифференциальных уравнений, решения классических задач линейной алгебры.</p>	ПК-2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

### 3 Требования к результатам обучения по модулю

Процесс изучения модуля направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по модулю, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b> о существующих способах решения задач методами функционального анализа и методах поиска необходимой информации.</p> <p><b>Уметь:</b> систематизировать, анализировать имеющуюся информацию и делать выводы.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками поиска и обработки информации с помощью современных информационных технологий.</p>	<p>ПК-1 способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>
<p><b>Знать:</b> основные понятия и алгоритмы и методы функционального анализа.</p> <p><b>Уметь:</b> доказывать классические результаты функционального анализа, выбирать и применять основные алгоритмы и методы комплексного анализа при решении задач теоретического и прикладного характера.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками классификации и исследования объектов функционального анализа (линейные, метрические, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства, линейные операторы).</p>	<p>ПК-2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p>

### 4 Структура и содержание модуля

#### 4.1 Структура модуля

Общая трудоемкость модуля составляет 3 зачетных единиц (108 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	5 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>34,25</b>	<b>34,25</b>
Лекции (Л)	18	18
Практические занятия (ПЗ)	16	16
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
<b>Самостоятельная работа:</b> - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	<b>73,75</b>	<b>73,75</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>зачет</b>	

## Разделы модуля, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Линейные пространства	12	2	2	-	8
2	Метрические и топологические пространства	20	4	2	-	14
3	Нормированные и банаховы пространства.	20	4	2	-	14
4	Евклидовы и гильбертовы пространства	22	4	4	-	14
5	Линейные операторы	20	2	4	-	14
6	Мера, измеримые функции, интеграл Лебега	14	2	2		10
	Итого:	108	18	16	-	74
	Всего:	108	18	16	-	74

### 4.2 Содержание разделов модуля

#### 1 Линейные пространства

Линейные пространства (обобщающее повторение и углубление (расширение) представлений): определение, примеры, линейная зависимость и независимость системы векторов (определение, критерий, следствия); конечномерные и бесконечномерные линейные пространства (определения, примеры, базис, способ выбора базиса в конечномерном пространстве, координаты вектора, теорема о единственности разложения по базису, критерий линейной независимости векторов в конечномерном пространстве, формулы перехода от одного базиса к другому в конечномерном пространстве, связь координат вектора в двух базисах). Линейные подпространства: определение, достаточные условия, примеры, пересечение и сумма линейных подпространств. Аффинные подпространства. Фактор-пространства. Выпуклые множества: определение, свойства, примеры. Уравновешенные и поглощающие множества: определения, примеры. Функционалы: определение, примеры. Линейные функционалы: определение, примеры. Выпуклые функционалы: определение, примеры. Функционал Минковского. Теорема Хана-Банаха.

#### 2 Метрические и топологические пространства

Метрические пространства: основные понятия, определения и примеры. Неравенства Коши-Буняковского, Гельдера и Минковского. Сходящиеся последовательности элементов метрического пространства: определение, свойства. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах. Полные метрические пространства: определение, примеры. Основные виды множеств и классификация точек по отношению к ним в метрическом пространстве: открытый шар (окрестность), замкнутый шар, внутренняя точка множества, точка прикосновения множества, изолированная точка множества, предельная точка множества, открытое множество, замыкание множества, замкнутое множества, ограниченное множество, плотные, всюду плотные и нигде не плотные множества, множества первой и второй категории. Операция замыкания и её свойства. Взаимосвязь открытых и замкнутых множеств. Свойства замкнутых множеств. Критерий полноты метрических пространств (свойства вложенных шаров), теорема Бэра. Пополнение метрических пространств. Отображение метрических пространств: определение, непрерывность, изометричность пространств. Отображение в себя: определение, понятие о неподвижной точке, сжимающее отображение, принцип сжимающих отображений. Топологические пространства: определение, примеры, сравнение топологий, база, аксиомы счетности, сходящиеся последовательности, непрерывные отображения, гомеоморфизм, аксиомы отделимости, способы задания топологий, метризуемость, понятие компактности.

#### 3 Нормированные и банаховы пространства

Нормированные пространства: основные понятия, определения, примеры, следствия из аксиом. Превращение нормированного пространства в метрическое. Классификация множеств в нормированных пространствах, их свойства. Сходящиеся последовательности элементов

нормированного пространства: определение, свойства. Фундаментальные последовательности в нормированных пространствах. Полные нормированные (банаховы) пространства: определение, примеры, свойства. Подчиненность и эквивалентность норм: определения и свойства. Счетно-нормированные пространства. Понятие о подпространстве. Лемма Рисса. Расстояние элемента до подпространства. Ряды в нормированных пространствах: определение, сходимость, необходимое условие, абсолютная сходимость, критерий полноты нормированного пространства. Линейные функционалы в нормированных пространствах: определение, норма, ограниченность, непрерывность, теорема Хана-Банаха в нормированных пространствах. Сопряженное пространство, сильная и слабая сходимость, ограниченные множества.

#### **4 Евклидовы и гильбертовы пространства**

Евклидовы пространства (обобщающее повторение и углубление (расширение) представлений): определение, примеры, следствия из аксиом, неравенство Коши-Буняковского; длина вектора (определение и свойства), угол между векторами, ортогональные и ортонормированные системы векторов (определения, свойства); существование ортонормированного базиса, критерий ортонормированности базиса в конечномерном пространстве. Превращение евклидова пространства в нормированное. Гильбертовы пространства: определение, свойства расстояния от элемента до множества. Элементы, ортогональные множествам, ортогональная проекция элемента на множество; ортогональное дополнение: определения, свойства. Ряд Фурье по ортогональной системе: определение, свойства. Неравенство Бесселя, свойства коэффициентов Фурье. Полные ортогональные системы: определение, свойства, равенство Парсеваля – Стеклова. Существование ортогонального базиса в сепарабельном пространстве, признак сепарабельности гильбертова пространства.

#### **5 Линейные операторы**

Линейные операторы в топологических пространствах: определение, примеры, ограниченность, непрерывность, действия над операторами, обратный оператор. Операторы в нормированных пространствах: норма оператора, непрерывность и ограниченность, существование обратного оператора. Сопряженные операторы. Сопряженные и самосопряженные операторы в евклидовых и гильбертовых пространствах: определения, свойства. Спектор и резольвента оператора. Компактные (вполне непрерывные) операторы: определения и примеры, основные свойства, компактные операторы и самосопряженные компактные операторы в гильбертовых пространствах.

#### **6 Мера, измеримые функции, интеграл Лебега**

Мера элементарных и плоских множеств: определения, свойства. Обобщение меры, Лебегово продолжение меры. Измеримые функции: определение, свойства, эквивалентность, сходимость почти всюду, теорема Егорова, сходимость по мере. Интеграл Лебега: определение, свойства, сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

#### **4.3 Практические занятия (семинары)**

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Линейные пространства	2
2	2	Метрические пространства	2
3	3	Нормированные и банаховы пространства.	2
4-5	4	Евклидовы и гильбертовы пространства	4
6-7	5	Евклидовы и гильбертовы пространства	4
8	6	Мера, измеримые функции, интеграл Лебега	2
		Итого:	16

## 5 Учебно-методическое обеспечение модуля

### 5.1 Основная литература

1) Крепкогорский, В.Л. Функциональный анализ : учебное пособие [Электронный ресурс] / В. Л. Крепкогорский; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исследов. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. – 116 с. - [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=428727](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=428727)

2) Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие [Электронный ресурс] / А. Н. Колмогоров., С. В. Фомин. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 572 с. - [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=82563](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=82563)

3) Данилин, А. Р. Функциональный анализ : учебное пособие [Электронный ресурс] / А. Р. Данилин. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2012. – 200 с. - [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=239528](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=239528)

### 5.2 Дополнительная литература

**1 Вайнберг, М. М.** Функциональный анализ [Текст] : учеб. пособие / М. М. Вайнберг. - М. : Просвещение, 1979. - 128 с.

**2 Вулих, Б. З.** Введение в функциональный анализ [Текст] / Б. З. Вулих. - М. : Физматлит, 1958. - 352 с.

**3 Ефимов, А. В.** Математический анализ (специальные разделы) [Текст] : учеб. пособие для вузов. - М. : Высш. шк., 1980 **Ч. 1** : Общие функциональные ряды и их приложение / А. В. Ефимов . - 1980. - 279 с.: ил. **Ч. 2** : Применение некоторых методов математического и функционального анализа / А. В. Ефимов, Ю. Г. Золотарев, В. М. Терпигорева . - 1980. - 295 с.: ил

**4 Канторович, Л. В.** Функциональный анализ [Текст] / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. - М. : Наука, 1977. - 744 с.

**5 Колмогоров, А. Н.** Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : учеб. пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин.- 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1968. - 496 с

**6 Князев, П. Н.** Функциональный анализ [Текст] : учеб. пособие для вузов / П. Н. Князев .- 2-е изд., стер. - М. : Едиториал УРСС, 2003. - 208 с. - Библиогр.: с. 204. - ISBN 5-354-00430-6.

**7 Кутателадзе, С. С.** Основы функционального анализа [Текст] / С. С. Кутателадзе.- 4-е изд., испр. - Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2001. - 354 с. - (Современная математика - студентам и аспирантам) - ISBN 5-86134-103-6.

**8 Люстерник, Л. А.** Элементы функционального анализа [Текст] / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев.- 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1965. - 520 с.

**9 Рид, М.** Методы современной математической физики [Текст] / М. Рид, Б. Саймон . - М. : Мир, 1977-1978. **Т. 1** : Функциональный анализ. - , 1977. - 358 с.

**10 Сетуха, А. В.** Функциональный анализ [Текст] : учебное пособие / А. В. Сетуха; Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Моск. гос. ин-т радиотехники, электроники и автоматики (Техн. ун-т)". - Москва : МИРЭА, 2010. - 211 с. - Библиогр.: с. 207. - ISBN 978-5-7339-0857-1.

**11 Сухинов, А.И.** Лекции по функциональному анализу: учебное пособие / А.И. Сухинов, И.П. Фирсов. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 189 с. ISBN 978-5-9275-0671-2 [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=549858>

**12 Треногин, В. А.** Функциональный анализ [Текст] : учеб. для вузов / В. А. Треногин.- 3-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 488 с. - Библиогр.: с. 482-488. - ISBN 5-9221-0272-9.

**13 Федоров, В. М.** Курс функционального анализа [Текст] : учебник / В. М. Федоров . - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 352 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) - ISBN 5-8114-0589-8.

**14 Функциональный анализ** [Текст] / под общ. ред. С. Г. Крейна.- 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1972. - 544 с. - (Справочная математическая библиотека). - Библиогр.: с. 532-544.

**15 Хелемский, А. Я.** Лекции по функциональному анализу [Текст] / А. Я. Хелемский. - М. : МЦНМО, 2004. - 552 с. - (Современные лекционные курсы). - Библиогр.: с. 537-540. - Предм. указ.: с. 543-552. - ISBN 5-94057-065-8..

### **5.3 Периодические издания**

Периодические издания не рекомендуются для изучения дисциплины

### **5.4 Интернет-ресурсы**

<http://moodle.osu.ru/> - электронная система обучения ОГУ, курс «Элементы функционального анализа» (автор Руцкова И.Г.)

<http://ibooks.ru/> - электронная библиотечная система;

<http://biblioclub.ru/> - университетская библиотека ONLANE;

<http://e.lanbook.com/> - электронная библиотечная система издательства «Лань»;

<http://rucont.ru/> - электронная библиотека РУКОНТ;

<http://lib.mexmat.ru/> - электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> - учебно-образовательная физико-математическая библиотека;

[www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) – Internet-класс по высшей математике: вся математика, от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов;

<http://www.wolframalpha.com/> - сайт, где можно проверить решение огромного количества задач.

### **5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

Лицензионное программное обеспечение, имеющееся в компьютерном классе кафедры прикладной математики:

- 1) Microsoft Windows,
- 2) Microsoft Office,
- 3) MathCad.

### **6 Материально-техническое обеспечение модуля**

Учебная аудитория, библиотечный фонд университета, компьютерный класс, оснащенный современной техникой (PENTNUM 3, PENTIUM 4 INTEL CORE 2), LCD –проектор EPSON EMP-X3, ноутбук ASUS A6RP, экран для проектора ЭКСКЛЮЗИВ MW 213x213.

ЛИСТ

согласования рабочей программы

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
код и наименование

Профиль: Общий профиль

Модуль: Б.1.В.ОД.2 Элементы функционального анализа

Форма обучения: очная  
(очная, очно-заочная, заочная)

Год набора 2015

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры  
Кафедра прикладной математики  
наименование кафедры

протокол № 7 от "16" 03 2015г.

Ответственный исполнитель, заведующий кафедрой  
Кафедра прикладной математики [подпись] Болодурина И.П.  
наименование кафедры      подпись      расшифровка подписи

Исполнители:  
Старший преподаватель [подпись] Руцкова И.Г.  
должность      подпись      расшифровка подписи

---

должность      подпись      расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика [подпись] Болодурина И.П.  
код наименование      личная подпись      расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки  
[подпись] Истомина Т.В. [подпись]  
личная подпись      расшифровка подписи

Начальник отдела информационных образовательных технологий ЦИТ  
[подпись] Дырдина Е.В.  
личная подпись      расшифровка подписи

Уполномоченной по начислу факультета [подпись]