

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета экономики и управления  
О.В. Буреш  
(подпись, расшифровка подписи)

"24" апреля 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Б.1.В.ДВ.6.2 Уравнения в частных производных и математические модели в экономике»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

01.03.04 Прикладная математика  
(код и наименование направления подготовки)

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Оренбург 2015

824855

**Рабочая программа дисциплины «Б.1.В.ОД.4 Уравнения в частных производных и математические модели в экономике» /сост. Реннер А.Г., Яркова О.Н. - Оренбург: ОГУ, 2015**

Рабочая программа предназначена студентам очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика

© Реннер А.Г.,  
Яркова О.Н., 2015  
© ОГУ, 2015

## Содержание

1 Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
2 Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
3 Требования к результатам обучения по дисциплине .....	6
4 Структура и содержание дисциплины .....	7
4.1 Структура дисциплины .....	7
4.2 Содержание разделов дисциплины .....	8
4.3 Лабораторные работы .....	9
4.4 Практические занятия (семинары) .....	9
5 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	10
5.1 Вопросы к экзамену и текущему контролю успеваемости	10
5.2 Примерный вариант контрольных тестовых заданий по темам	10
6 Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	14
6.1 Основная литература .....	14
6.2 Дополнительная литература .....	14
6.3 Периодические издания .....	15
6.4 Интернет-ресурсы .....	15
6.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий .....	15
7 Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	15
Лист согласования рабочей программы дисциплины .....	16
Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины .....	
Приложения:	
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	
Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель** освоения дисциплины: формирование теоретических знаний и практических навыков применения уравнений в частных производных к исследованию объектов и процессов в экономической и социальной сфере.

### Задачи:

- математическое моделирование денежных и материальных накоплений;
- математическое моделирование динамики стоимости ценных бумаг;
- математическое моделирование односекторной экономики;
- математическое моделирование в теории потребления.
- освоение разностных методов решений смешанных задач уравнений гиперболического и параболического типа и краевых задач для уравнений эллиптического типа;

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.6 Экономическая теория, Б.1.Б.10 Математический анализ, Б.1.Б.11 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б.1.Б.14 Теория функций комплексного переменного, Б.1.Б.15 Дифференциальные и разностные уравнения, Б.1.Б.17 Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов, Б.1.Б.20 Численные методы, Б.1.В.ОД.3 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б.1.В.ОД.6 Объектно-ориентированный анализ и программирование, Б.1.В.ОД.7 Разработка и применение прикладного программного обеспечения, Б.1.В.ОД.8 Микроэкономика, Б.1.В.ОД.11 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения*

Требования к входным результатам обучения, необходимым для освоения дисциплины

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
<p><b>Знать:</b> основные положения экономической теории, микроэкономики, позволяющие аргументировать строить математические модели в различных сферах деятельности</p> <p><b>Уметь:</b> использовать знания в области экономики при построении математических моделей в различных сферах деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> навыки использования экономических знаний при математическом моделировании.</p>	ОК-3 способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности
<p><b>Знать:</b> основные положения дисциплин приведенных выше, позволяющие самостоятельно осуществлять математическое моделирование в различных сферах деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> использовать знания, в приведенных выше предметных областях, при осуществлении математического моделирования в различных сферах деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> навыки использования знаний, в приведенных выше предметных областях, при осуществлении математического моделирования в различных сферах деятельности.</p>	ОПК-1 готовностью к самостоятельной работе
<p><b>Знать:</b> современный математический инструментарий современные прикладные программные средства и современные технологии программирования, позволяющие осуществлять математическое моделирование в различных сферах деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> использовать современный математический инструментарий, современные прикладные программные средства и современные технологии прогнозирования, при решении прикладных задач в различных сферах деятельности.</p>	ОПК-2 способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
<p><b>Владеть:</b> навыки использования математического и программного обеспечения при решении прикладных задач в различных сферах деятельности.</p>	
<p><b>Знать:</b> стандартное прикладное программное обеспечение, используемое при решении прикладных задач, в приведенных выше предметных областях и в различных сферах деятельности.  <b>Уметь:</b> использовать стандартное прикладное ПО при решении прикладных задач, уметь отлаживать и тестировать прикладное ПО.  <b>Владеть:</b> навыки применения стандартного прикладного ПО к решению прикладных задач в перечисленной выше предметной области.</p>	<p>ПК-1 способностью использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на электронных вычислительных машинах, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение</p>
<p><b>Знать:</b> каким образом осуществляется настройка и тестирование ВТ и программных средств при решении задач по разработке и применению прикладного ПО.  <b>Уметь:</b> обладать способностью и проявлять готовность к настройке и тестированию ВТ и программных средств при решении задач по разработке и применению прикладного ПО.  <b>Владеть:</b> навыками тестирования прикладного ПО.</p>	<p>ПК-2 способностью и готовностью настраивать, тестировать и осуществлять проверку вычислительной техники и программных средств</p>
<p><b>Знать:</b> современные языки программных операционных систем, способы и механизмы управления данными, при решении задач в перечисленных выше предметных областях.  <b>Уметь:</b> использовать современные языки программирования, операционные системы, способы и механизмы управления данными при разработке и внедрении собственного ПО для решения задач в приведенных выше областях.  <b>Владеть:</b> навыками разработки и внедрения собственного ПО для решения задач в приведенных выше предметных областях.</p>	<p>ПК-3 способностью и готовностью демонстрировать знания современных языков программирования, операционных систем, офисных приложений, информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть Интернет), способов и механизмов управления данными, принципов организации, состава и схемы работы операционных систем</p>
<p><b>Знать:</b> математический инструментарий, позволяющий перейти от содержательной постановки естественнонаучной проблемы к математически формализованной.  <b>Уметь:</b> проводить математическую формализацию естественнонаучной проблемы и указывать методы решения формализованной задачи.  <b>Владеть:</b> навыками математического моделирования естественнонаучных проблем.</p>	<p>ПК-9 способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат</p>
<p><b>Знать:</b> математический аппарат, в приведенной выше предметной области для решения поставленных задач, позволяющий осуществить математическое моделирование и провести анализ предложенных моделей.  <b>Уметь:</b> использовать математический аппарат, перечисленной выше предметной области, позволяющий осуществлять математическое моделирование и провести анализ предложенных моделей.  <b>Владеть:</b> навыками математического моделирования на основе математического инструментария, перечисленной выше предметной</p>	<p>ПК-10 готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов</p>

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
области и навыками содержательного анализа результатов моделирования.	моделирования, принять решение на основе полученных результатов
<b>Знать:</b> методы и приемы управления информацией при решении практических задач, на основе инструментария перечисленного выше. <b>Уметь:</b> использовать знания по управлению информацией при решении практических задач. <b>Владеть:</b> навыками управления информацией при решении практических задач с помощью инструментария перечисленного выше.	ПК-11 готовностью применять знания и навыки управления информацией
<b>Знать:</b> математический инструментарий, перечисленный выше, позволяющий самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук. <b>Уметь:</b> использовать знания математического аппарата при самостоятельном изучении новых разделов фундаментальных наук. <b>Владеть:</b> навыками самостоятельного изучения новых разделов фундаментальных наук, на основе знаний математического аппарата приведенной выше предметной области.	ПК-12 способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.24 Теория оптимального управления, Б.1.В.ДВ.3.2 Моделирование эколого-экономических систем*

### 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<b>Знать:</b> постановку начальных и краевых условий для уравнений в частных производных и методы их решения, позволяющие самостоятельно решать прикладные задачи в экономике, финансовых и других отраслях. <b>Уметь:</b> самостоятельно осуществлять постановку задач для уравнений в частных производных, описывающих определение процесса и выбирать методы для их решения. <b>Владеть:</b> навыками самостоятельного моделирования стохастических процессов в экономике и финансах.	ОПК-1 готовностью к самостоятельной работе
<b>Знать:</b> современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования при решении задач для уравнений в частных производных. <b>Уметь:</b> выбирать математические методы и прикладное программное обеспечение при решении задач для уравнений в частных производных. <b>Владеть:</b> навыками решения задач для уравнений в частных производных.	ОПК-2 способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
<b>Знать:</b> стандартные пакеты прикладных программ для решения уравнений в частных производных в различных предметных областях. <b>Уметь:</b> выбирать стандартные пакеты прикладных программ для решения уравнений в частных производных в различных предметных областях. <b>Владеть:</b> навыками использования стандартных пакетов прикладных	ПК-1 способностью использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на электронных

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
программ в различных предметных областях.	вычислительных машинах, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение
<b>Знать:</b> подходы к моделированию процессов с помощью уравнений в частных производных, позволяющим переходить от содержательной постановки проблемы к математически формализованной задаче. <b>Уметь:</b> осуществлять математическую формализацию проблемы, возникающей в ходе профессиональной деятельности. <b>Владеть:</b> навыками использования уравнений в частных производных для математической формализации исследуемой проблемы.	ПК-9 способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат
<b>Знать:</b> математический аппарат для решения уравнений в частных производных. <b>Уметь:</b> осуществлять моделирование стохастических процессов с помощью уравнений в частных производных. <b>Владеть:</b> навыками постановки задач для уравнений в частных производных, выбора метода решения и его реализации и последующего анализа.	ПК-10 готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
<b>Знать:</b> методы управления информацией. <b>Уметь:</b> использовать при решении прикладных задач приемы управления информацией. <b>Владеть:</b> навыками управления информацией при решении прикладных задач.	ПК-11 готовностью применять знания и навыки управления информацией
<b>Знать:</b> методы решения задач для уравнений в частных производных, позволяющих самостоятельно осваивать новые разделы фундаментальных дисциплин. <b>Уметь:</b> осваивать новые разделы фундаментальных наук, на основе знаний о методах решения задач для уравнений в частных производных. <b>Владеть:</b> навыками моделирования процессов, описываемых уравнениями в частных производных.	ПК-12 способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук

## 4 Содержание и структура дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	7 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>180</b>	<b>180</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>57,25</b>	<b>57,25</b>
Лекции (Л)	28	28
Практические занятия (ПЗ)	14	14
Лабораторные работы (ЛР)	14	14

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	7 семестр	всего
Консультации	1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); - написание реферата (Р); - написание эссе (Э); - самостоятельное изучение разделов (перечислить); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	<b>122,75</b>	<b>122,75</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>экзамен</b>	

#### Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Стохастические дифференциальные модели	20,5	4	2	0	14,5
2	Математические модели денежных накоплений	36	6	2	4	24
3	Математические модели денежных и материальных накоплений	36	6	2	4	24
4	Математические модели динамики стоимости ценных бумаг	42	6	4	4	28
5	Математическое моделирование односекторной экономики	24	4	2	-	18
6	Математические модели в теории потребления	21,25	2	2	2	15,25
	Экзамен	0,25				
	Всего:	180	28	14	14	122,75

#### 4.2 Содержание разделов дисциплины

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Стохастические дифференциальные модели	Одномерные марковские случайные процессы. Многомерные марковские случайные процессы. Уравнения Колмогорова и задачи для уравнений Колмогорова. Методы решения.	(ИО), (К), (КТ), (ЛР)
2	Математические модели денежных накоплений	Моделирование денежных накоплений семьи с помощью обыкновенных стохастических дифференциальных уравнений и их решение. Параболические уравнения денежных накоплений семьи и (ансамбля семей). Постановка задач для уравнений денежных накоплений и их решение.	ИО), (К), (КТ), (ЛР)

3	Математические модели денежных и материальных накоплений	Моделирование денежных и материальных накоплений семьи с помощью обыкновенных стохастических дифференциальных уравнений и их решение. Параболические уравнения денежных и материальных накоплений семьи и (ансамбля семей). Постановка задач для уравнений денежных и материальных накоплений и их решение.	ИО), (К), (КТ), (ЛР)
4	Математические модели динамики стоимости ценных бумаг	Параболическое уравнение для плотности цен акций в пространстве цен и смешанная задача для него. Стохастические дифференциальные уравнения и фундаментальные решения параболического уравнения. Решение задачи Коши для стохастического ДУ. Модель Блэка-Шоулза-Мертон для опционов колл и пут. Формулы Блэка-Шоулза.	(ИО), (К), (КТ)
5	Математическое моделирование односекторной экономики	Показатели состояния экономики (односекторной). Стохастическое дифференциальное уравнение для фондовооруженности и решение задачи Коши для нее. Вероятностные характеристики показателей развития односекторной экономики.	(ИО), (К), (КТ)
6	Математические модели в теории потребления	Функция полезности на товарном пространстве. Уравнение Слуцкого в теории потребления.	(ИО), (К), (КТ)

В графе 4 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита лабораторной работы (ЛБ), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), домашнего задания (ДЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т), интерактивный опрос (ИО), контрольная-тест (КТ) и т.д.

#### 4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
9-10	6	Численное моделирование денежных накоплений ансамбля семей на пространстве накоплений	4
11-15	6	Численное моделирование денежных накоплений ансамбля семей на конечном пространстве накоплений	4
16	7	Оценка стоимости опционов	4
17-18	9	Численное решение уравнений Слуцкого в теории потребления	2
		Итого:	14

#### 4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Корректная постановка смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типа	2
2	4	Корректная постановка краевых задач для уравнений эллиптического типа	2
3	5	Уравнения Колмогорова и определяющие задачи для них	4
4-5	1	Начальные и смешанные задачи для моделей денежных и материальных накоплений	2
5-6	8	Исследование характеристик математической модели односекторной экономики	2
7	9	Построение моделей Слуцкого	2
		Итого:	14

## 4.5 Курсовой проект (курсовая работа)

Не предусмотрены

## 5 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

### 5.1 Вопросы к экзамену и текущему контролю успеваемости

1. Марковские процессы – уравнение Маркова-Смолуховского-Чепмена-Колмогорова.
2. Первое уравнение Колмогорова.
3. Второе уравнение Колмогорова (уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка).
4. Стохастические модели состояния и уравнение Колмогорова.
5. Определяющая задача Коши для уравнения Колмогорова.
6. Определяющие смешанные задачи для уравнений Колмогорова.
7. Модели денежных накоплений семьи в виде обыкновенного стохастического дифференциального уравнения.
8. Численное определение траектории денежных накоплений.
9. Параболическое уравнение денежных накоплений ансамбля семей.
10. Модели денежных и материальных накоплений в виде системы дифференциальных уравнений.
11. Двумерное параболическое уравнение денежных и материальных накоплений ансамбля семей.
12. Задача Коши на пространстве накоплений и численные методы ее решения.
13. Первая смешанная задача на конечном пространстве накоплений и разностные методы ее решения.
14. Третья смешанная задача на конечном пространстве накоплений и разностные методы ее решения.
15. Постановка задач для уравнений денежных и материальных накоплений.
16. Стохастическое дифференциальное уравнение для стоимости акций.
17. Параболическое уравнение для плотностей цен акций.
18. Смешанная задача для уравнения плотностей цен акций.
19. Уравнение Блэка-Шоулза стоимости опциона.
20. Стохастическое дифференциальное уравнение фондовооруженности в односекторной модели экономики и его решение.
21. Вероятностные характеристики показателей развития односекторной экономики.
22. Функция полезности на товарном пространстве.
23. Уравнение Слуцкого.

### 5.2 Примерный вариант контрольных тестовых заданий по темам

Тема 1

1. Дифференциальное уравнение  $u_{xx} + u_{yy} = 0$

является уравнением типа:

- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| а) гиперболического; | б) эллиптического; |
| в) параболического;  | г) смешанного.     |

2. Дифференциальное уравнение  $u''_{xx} - 8u''_{xy} + 16u''_{yy} + 3u'_x - 12u'_y = 0$

в каноническом виде представлено в:

- |   |  |
|---|--|
| а) $u''_{\eta\xi} + 2u'_\xi - 3u'_\eta = 0$ ; | б) $u''_{\eta\eta} + 2u'_\eta - 3u'_\xi = 0$ ; |
|---|--|

$$\text{в) } 17u''_{\eta\eta} + 3\sqrt{17}u'_\eta = 0;$$

$$\text{г) } 17u''_{\eta\eta} + 6u''_{\xi\xi} + \sqrt{17}u'_\eta = 0.$$

Тема 2

3. Задача Коши для уравнения  $u''_t = u_{xx} + 3u'_x - 2u$  корректно представлена в:

$$\text{а) } \begin{cases} u(x,0) = x^2 \\ u'_t(x,0) = 2x \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} u(x,0) = x^2 \\ u'_t(x,0) = 2x; \\ u(0,t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & u(x,0) = x^2 \\ \text{в) } & u(0,0) = 0; \\ & u(1,0) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u(x,0) = x^2 \\ \text{г) } & u'_x(0,t) = 0 \\ & u(0,t) = 0 \end{aligned}$$

Тема 3

4. Вторая смешанная задача для уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xt$  корректно представлена в:

$$\begin{aligned} & u|_{t=0} = x, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \text{а) } & \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = t+1, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t-1, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u|_{t=0} = x, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \text{б) } & \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = t+1, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t^2+1, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u|_{t=0} = x, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \text{в) } & \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = t, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t^2, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u|_{t=0} = x, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \text{г) } & \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = 1, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t^2 \end{aligned}$$

5. Первая смешанная задача для уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xt, \quad 0 \leq x \leq b, \quad t \geq 0$

корректно представлена в:

$$\text{a) } u|_{t=0} = x, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{t=0} = x - 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u|_{x=0} = t, \quad u|_{x=1} = t, \quad t \geq 0$$

$$\text{б) } u|_{t=0} = x, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{t=0} = x + 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u|_{x=0} = t, \quad u|_{x=1} = 2t + 1, \quad t \geq 0$$

$$\text{в) } u|_{t=0} = x + 1, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{t=1} = t^2 + 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u|_{x=0} = t, \quad u|_{x=1} = 1, \quad t \geq 0$$

$$\text{г) } u|_{t=0} = 1, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u|_{x=0} = t, \quad u|_{x=1} = 1$$

#### Тема 4

6. Задача Дирихле для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0, \quad \rho > 1, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

корректно поставлена в:

$$\text{a) } u|_{\rho=\infty} = 0, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$\text{б) } u|_{\rho=0} = 0,$$

$$u|_{\rho=1} = \cos^2 \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$\text{в) } u|_{\rho=\infty} = 0,$$

$$u|_{\rho=1} = \cos^2 \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$\text{г) } u|_{\rho=1} = \cos^2 \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

#### Тема 5

7. Стохастический процесс называется марковским, если для условной плотности распределения вероятностей случайного процесса  $\xi(t, \omega)$  для любых  $s, \eta, t$  ( $s < \eta < t$ ) выполнено:

$$\text{a) } \int_{-\infty}^{\infty} \rho(y, s, x, t) dx = 1, \quad \forall s < t, \quad -\infty < y < \infty;$$

$$\text{б) } \rho(y, s, x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(y, s, z, t) \rho(z, s, x, t) dz;$$

в)  $\rho(y, s, x, t) \geq 0$ ;

г)  $0 \leq \rho(y, s, x, t) \leq 1$ .

8. Определяющая задача Коши для уравнения Колмогорова

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b\rho) + \frac{\partial}{\partial x} (c\rho) = \delta(x - y, t - s), \quad -\infty < x, y < \infty, \quad -\infty < t < \infty$$

представлена в:

	$\rho(x, y, t, s) _{t=0} = \delta(x)$	
а)	$\rho \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0$	б) $\rho(x, y, t, s) _{t=0} = \begin{cases} 1, & t = s \\ 0, & t = 0 \end{cases}$
	$\rho'_x \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0$	
	$t \geq s$	
	$\rho(x, y, t, s) _{t=0} = \delta(x - y)$	
в)	$\rho \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0$	г) $\rho(x, y, t, s) _{t=0} = 0$
	$\rho'_x \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0$	
	$-\infty < t < \infty$	

9. Для уравнения денежных накоплений ансамбля семей

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (cu) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (bu) = f \quad \text{в } D_2 = (0 < t < \infty, 0 < x < l).$$

Третья смешанная задача представлена в:

	$u _{t=0} = \varphi(x), 0 \leq x \leq l$	
а)	$\left( -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (bu) + cu \right)  _{x=0} = \alpha_1(t), t > 0$	б) $u _{t=0} = \varphi(x), 0 \leq x \leq l$
	$\left( -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (bu) + cu \right)  _{x=e} = \alpha_2(t), t > 0$	б) $u _{x=0} = \alpha_1(t), t > 0$
		б) $u _{x=e} = \alpha_2(t), t > 0$

	$u _{t=0} = \varphi(x), 0 \leq x \leq l$	
в)	$\frac{\partial u}{\partial x}  _{x=0} = \mu_1(t), t > 0$	г) $u _{t=0} = \varphi(x), 0 \leq x \leq l$
	$\frac{\partial u}{\partial x}  _{x=e} = \mu_2(t), t > 0$	
		г) $\frac{\partial u}{\partial x}  _{x=0} = \mu_1(t), t > 0$
		г) $u _{x=e} = \mu_2(t), t > 0$

Тема 7-8

10. Уравнение Колмогорова эквивалентное стохастическому дифференциальному уравнению  $dx = xdt + xdw$  приведено в:

$$а) \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} u + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (x^2 u^2)$$

$$б) \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (xu) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (x^2 u)$$

$$в) \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (xu)$$

$$г) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (x^2 u)$$

## 6 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 6.1 Основная литература

1. Белов, Ю. Я. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. Я. Белов, Р. В. Сорокин, И. В. Фроленков. – Сибирский федеральный университет, 2012. – 172 с. - ISBN: 978-5-7638-2499-5 Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=363875](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=363875)
2. Пименов, В. Г. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие : в 2 ч., Ч. 2 / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. – 107 с. - ISBN: 978-5-7996-1342-6 Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=275819](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=275819)
3. Турчак, Л.И. Основы численных методов [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.И. Турчак, П.В. Плотников. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2002. - 304 с. - ISBN 5-9221-0153-6 Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=69329](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=69329)
4. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов: учеб. для вузов / В. М. Вержбицкий . - М. : Высш. школа, 2002. - 840 с. : ил. - ISBN 5-06-004020-8.

### 6.2 Дополнительная литература

1. Кузнецов, Д.Ф. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения / Д.Ф. Кузнецов. - СПб. : Изд-во Политех. ун-та, 2007, 2010. – 786 с.
2. Капцов, О.В. Методы интегрирования уравнений с частными производными / О.В. Капцов. - М. : Физматлит, 2009. - 183 с.
3. Пугачев, В.С. Теория стохастических систем: учеб. пособие для вузов / В.С. Пугачев, И.Н. Сеницын. - М. : Логос, 2004. - 1000 с.
4. Каппелер, Т. КдФ и КАМ/ Т. Каппелер, Ю. Пешль; пер. с англ. Ю.В. Колесниченко ; под. науч. ред. Г.Н. Пифтанкина. - М. : Ин-т компьютер. исслед. ; Ижевск : Dynamics, 2008. - 350 с.
5. Волков, И.К. Случайные процессы: учеб. для вузов / И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 3-е изд., испр. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003, 2006. - 448 с.
6. Охорзин, В.А. Компьютерное моделирование в системе Mathcad: учеб. пособие для вузов / В.А. Охорзин. - М.: Финансы и статистика, 2006. - 144 с.
7. Соболев, С.Л. Избранные труды / С.Л. Соболев. - Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2003-2006 Т. 2 Функциональный анализ. Дифференциальные уравнения с частными производными / ред.-сост. С. К. Водопьянов, Г. В. Демиденко. - , 2006. - 689 с.
8. Арато, М. Линейные стохастические системы с постоянными коэффициентами. Статистический подход / М. Арато; под ред. Ю.А. Розанова; пер. с англ. В. К. Малиновского и В. И. Хохлова. - М.: Наука, 1989. - 304 с.
9. Кузнецов, Д.Ф. Численное интегрирование стохастических дифференциальных уравнений: монография / Д.Ф. Кузнецов. - М.: Изд-во Политех. ун-та, 2006. - 764 с.
10. Адомиан, Дж. Стохастические системы: пер. с англ. / Дж. Адомиан. - М. : Мир, 1987. – 376 с.
11. Саульев, В.К. Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток / В.К. Саульев. М.: Физматгиз, 1960. – 324 с.
12. Самарский, А.А. Разностные методы для эллиптических уравнений / А.А. Самарский, В.Б. Андреев. – М.: Наука, 1976. – 352 с.

13. Полянский, Э.А. Метод коррекции решения параболического уравнения в неоднородном волноводе / Отв. ред. М.В. Федорюк. – М.: Наука, 1985. – 96 с.

14. Куликовский, А.Г. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений / А.Г. Куликовский, Н.В. Погорелов, А.Ю. Семенов. - М. : Физматлит, 2001. - 608 с.

### **6.3 Периодические издания**

- Применение математических методов в экономических исследованиях и планировании
- Обзорные прикладной и промышленной математики
- Теория вероятностей и ее применение

### **6.4 Интернет-ресурсы**

1. <http://crecs.ru/ru/numlabs2/> - Лабораторный практикум по вычислительной математике. Часть 2 (C++/GTK): Краевые задачи (ОДУ, одномерные эволюционные УМФ)

2. <http://www.intuit.ru/department/calculate/nmdiffeq/> - Численные методы решения уравнений в частных производных (курс лекций)

3. <http://umf.kmf.usu.ru/index.php?id=5&id1=0> - Пособие "Уравнения математической физики"

4. <http://www.software.unn.ru/ccam/> Центр компьютерных технологий. Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

5. [http://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/vstudio/60k1461a\(v=vs.100\).aspx](http://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/vstudio/60k1461a(v=vs.100).aspx) Справочные материалы по VisualStudio 2010 (Visual C++)

### **6.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

#### **Лицензионное ПО**

#### **Пакет настольных приложений**

Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint)

#### **ПО для решения широкого спектра научных и прикладных задач:**

MathCad 14 – математический пакет (лицензия ОГУ, выделена на каф. ММиМЭ на 10 ПК)

MathWorks MATLAB R2013b + Fuzzy Logic Toolbox + Wavelet Toolbox

#### **Средства для разработки и проектирования**

Microsoft Visual Studio

Rad Studio 5 (конкурентная лицензия на факультет на 20 рабочих станций)

### **7 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лабораторного практикума предназначен компьютерный класс (ауд. 6204).

Для проведения лекционных занятий требуется наличие мультимедийного проектора.

**ЛИСТ**  
**согласования рабочей программы**

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика  
код и наименование

Профиль: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

Дисциплина: Б.1.В.ОД.4 Уравнения в частных производных и математические модели в экономике

Форма обучения: \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
(очная, очно-заочная, заочная)

Год набора 2015

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры  
Кафедра математических методов и моделей в экономике  
наименование кафедры

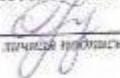
протокол № 9 от "13" 04 2015.

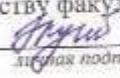
Ответственный исполнитель, заведующий кафедрой  
Кафедра математических методов и моделей в экономике  
наименование кафедры  А.Г. Реннер  
подпись расшифровка подписи

Исполнители:  
профессор каф. ММиЭ  
должность  А.Г. Реннер  
подпись расшифровка подписи

доцент каф. ММиЭ  
должность  О.Н. Яркова  
подпись расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:  
Председатель методической комиссии по направлению подготовки  
01.03.04 Прикладная математика  
код наименование  А.Г. Реннер  
личная подпись расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки  
 Т.В. Истомина И.И. Трущев  
личная подпись расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета ФЭУ  
 Н.В. Лужнова  
личная подпись расшифровка подписи

Рабочая программа зарегистрирована в ОИОТ ЦИТ  
Начальник отдела информационных образовательных технологий ЦИТ  
 Е.В. Дырлина  
личная подпись расшифровка подписи