# Минобрнауки России

# Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

# «Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

# ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.11 Математический анализ»

Уровень высшего образования

#### БАКАЛАВРИАТ

Общий профиль (наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы *Программа академического бакалавриата* 

Квалификация <u>Бакалавр</u> Форма обучения <u>Очная</u>

# Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики	4 нациенов	ние кафедры	
протокол № 🔫 от "29 " 🧀		2000 0 10 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	
Заведующий кафедрой Кафедра прикладной математики такженование кафедры	и подпись	И.П. Болодурина расшифровка подписи	
Исполнители: Усуваб жажность	Thomas )	Зувова И. Г. расинфрочка поописи	
должиность	подпись	расшифровка подниси	
СОГЛАСОВАНО: Председатель методической ком 02.03.02 Фундаментальная инфо			
код шим		расинфровка подписи	
Заведующий отделом комилекто		юлиотеки Н.Н. Грицай расинфровка подписи	
Уполномоченный по качеству фа	культета	al. B. yurudas	
личная подписы		оасшифровка подписи	

#### 1 Цели и задачи освоения дисциплины

#### Цель освоения дисциплины:

Целью освоения дисциплины «Математический анализ» является формирование у студентов в области выбранного профиля подготовки основных представлений об основах высшей математики, необходимых для использования в других математических дисциплинах; получение основных навыков решения задач дифференциального и интегрального исчисления.

#### Задачи:

Задачами освоения дисциплины являются: изучение теории пределов; основ дифференциального исчисления функций одной переменной (включая исследование функций и построение их графиков); интегрального исчисления функций одной переменной (включая неопределенный интеграл, определенный интеграл, несобственные интегралы); основ дифференциального исчисления функций многих переменных; теории рядов; кратных, криволинейных, поверхностных интегралов.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: Отсутствуют

Постреквизиты дисциплины: Б.1.Б.10 Физика, Б.1.Б.15 Дифференциальные уравнения, Б.1.Б.16 Теория вероятностей и математическая статистика, Б.1.Б.17 Вычислительные методы, Б.1.В.ОД.4 Моделирование информационных процессов, Б.1.В.ОД.5 Теория функций комплексного переменного, Б.1.В.ОД.15 Методы оптимизации и исследование операций, Б.1.В.ОД.17 Интеллектуальные системы, Б.1.В.ДВ.1.2 Теория нечетких множеств, Б.1.В.ДВ.2.1 Теория кодирования, Б.1.В.ДВ.4.2 Теория принятия решений

#### 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: основные понятия изученных разделов математического анализа, важнейшие свойства объектов, используемых в высшей математике, законов, которым они подчиняются.	ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук,
<b>Уметь:</b> доказывать основные теоремы математического анализа; логически строго и обоснованно решать задачи, соответствующие изучаемым разделам математического анализа;	математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных
<b>Владеть:</b> основными приёмами математического доказательства, навыками применения важнейших формул дифференциального и интегрального исчисления.	с фундаментальной информатикой и информационными технологиями
Знать: структуру и основы математического анализа как базы всей современной высшей математики.	ПК-2 способностью понимать, совершенствовать
<u>Уметь:</u> правильно формулировать конкретную задачу; применять теоретические знания к решению конкретной задачи; видеть и понимать связь между основными понятиями математического	и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
анализа и других областей высшей математики, устанавливать	и системные методологии,
межпредметную связь.	международные и
Владеть: техникой решения задач; навыками работы с	профессиональные
математической литературой.	стандарты в области
	информационных технологий

# 4 Структура и содержание дисциплины

# 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

	Трудоемкость,						
Вид работы		академиче	ских часов				
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего			
Общая трудоёмкость	180	180	180	540			
Контактная работа:	69,25	69,25	69,25	207,75			
Лекции (Л)	34	34	34	102			
Практические занятия (ПЗ)	34	34	34	102			
Консультации	1	1	1	3			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75			
Самостоятельная работа:	110,75	110,75	110,75	332,25			
- выполнение расчетно-графического задания (РГЗ);	6	·	10				
- самостоятельное изучение разделов «Параметрические уравнения некоторых кривых», «Задание некоторых кривых в полярной системе координат»,	2						
«Гиперболические функции», «Неберущиеся интегралы»; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;		6					
- подготовка к практическим занятиям;	25		40				
- подготовка к коллоквиумам;	50	29	34				
- подготовка к рубежному контролю и т.п.)	10	50	10				
	17,75	25,75	16,75				
Вид итогового контроля (зачет, экзамен,	экзамен	экзамен	экзамен				
дифференцированный зачет)							

# Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

		Количество часов					
№ раздела	Наименование разделов	всего		циторі работа		внеауд. работа	
1			Л	П3	ЛР	раоота	
1	Введение в математический анализ.	80	16	16	-	48	
2	Дифференциальное исчисление функции одной	100	18	18	-	64	

		Количество часов					
№ раздела	Наименование разделов		аудиторная работа			внеауд. работа	
			Л	П3	ЛР	раоота	
	переменной						
	Итого:	180	34	34	-	112	

# Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

		Количество часов				3
<u>№</u> раздела	Наименование разделов	всего	аудиторная работа			внеауд.
			Л	П3	ЛР	работа
3	Интегральное исчисление функции одной переменной	114	24	24	1	66
4	Дифференциальное исчисление функции мно- гих переменных	66	10	10	1	46
	Итого:	180	34	34		112

# Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

		Количество часов					
<u>№</u> раздела	Наименование разделов		аудиторная работа			внеауд. работа	
-			Л	П3	ЛР	ЛР Расота	
5	Элементы теории рядов	66	12	12	-	42	
6	Кратные интегралы	64	12	12	-	40	
7	Криволинейные и поверхностные интегралы	50	10	10	-	30	
	Итого:	180	34	34	-	112	
	Всего:	540	102	102		336	

#### 4.2 Содержание разделов дисциплины

#### 1 Введение в математический анализ

Предмет и метод математического анализа. Множества. Операции с множествами. Точная верхняя и точная нижняя грани числовых множеств. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Основные теоремы о пределах. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

## 2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Понятие дифференцируемости функции в точке. Табличное дифференцирование. Производная сложной, обратной, параметрически заданной функций.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Различные формы её остаточного члена. Понятие кривой. Некоторые параметрически заданные кривые.

Условия монотонности функции.

Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

## 3 Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Суммы Дарбу. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Приложения определенного интеграла.

*Несобственные интегралы первого и второго рода. Сходимость несобственных интегралов. Признак сравнения.* 

# 4 Дифференциальное исчисление функции многих переменных

Пространства: топологические, линейные, метрические, нормированные, полные метрические, банаховы, гильбертовы и евклидовы. Расстояние, норма, их аксиомы. Неравенство Коши-Буняковского. Дифференцируемые функции в  $R^n$ 

Частные производные. Дифференцирование сложной функции.

Неявные функции. Теорема о существовании неявной функции. Частные производные неявной функции.

Производная по направлению и градиент. Свойства градиента. Геометрический смысл дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Локальный экстремум. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

#### 5 Элементы теории рядов

Числовой ряд. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница для знакочередующегося ряда.

Функциональная последовательность. Функциональный ряд. Область его сходимости. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Признаки равномерной сходимости функциональной последовательности и ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов.

Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Равномерная сходимость степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды.

Нормированные пространства, бесконечномерные евклидовы пространства. Сходимость по норме. Ортогональные и ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. Ряды Фурье по ортогональным системам. Минимальное свойство частных сумм рядов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля-Стеклова. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Дирихле. Комплексная форма ряда Фурье. Понятие интеграла Фурье.

# 6 Кратные интегралы

Двойной интеграл. Геометрическая интерпретация и основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла путём сведения его к двукратному интегралу. Физический смысл тройного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах. Применение кратных интегралов.

# 7 Криволинейные и поверхностные интегралы

Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.

Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Интегралы по поверхности. Поток вектора через ориентированную поверхность.

Дивергенция. Теорема Гаусса-Остроградского. Формула Стокса

# 4.3 Практические занятия (семинары)

Таблица 4.3.1 – Практические занятия в 1 семестре

№ занятия	<b>№</b> раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Математические символы. Понятие о множествах. Числовые множества. Операции с ними.	1
1	1	Числовые последовательности. Виды последовательностей.	1
2	1	Предел числовой последовательности. Свойства пределов. Вычисление пределов.	2
3	1	Предел функции. Вычисление пределов.	2
4	1	Первый и второй «замечательные» пределы.	2
5	1	Контрольная работа «Пределы».	2
6	1	Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.	2
7	2	Производная. Табличное дифференцирование.	2
8	2	Нахождение производных сложных функций.	2
9	2	Дифференцирование обратной, неявной, параметрически заданной функций. Уравнения касательной и нормали к кривой.	2
10	2	Правило Лопиталя.	2
11	2	Формула Тейлора.	2
12	2	Контрольная работа «Дифференцирование функций одной переменной»	2
13	2	Вектор-функции. Кривые, их характеристики.	2

№ занятия	No	Тема	Кол-во
Juz Sanatha	раздела	1 CIVIC	часов
14	2	Экстремумы функции. Интервалы возрастания и убывания функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на множестве.	2
15	2	Интервалы выпуклости и вогнутости графика. Точки перегиба.	2
16	2	Асимптоты графика функции.	2
17	2	Исследование функций средствами дифференциального исчисления.	2
		Итого:	34

Таблица 4.3.2 – Практические занятия во 2-м семестре

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	3	Табличное интегрирование.	2
2	3	Интегрирование путем подведения под знак дифференциала. Замена переменных.	2
3	3	Интегрирование «по частям».	2
4	3	Интегрирование простейших рациональных дробей и выражений, содержащих квадратный трехчлен.	2
5	3	Интегрирование рациональных функций.	2
6	3	Интегрирование различных типов иррациональных функций.	2
7	3	Интегрирование различных типов тригонометрических функций.	2
8	3	Контрольная работа «Неопределенный интеграл»	2
9	3	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла.	2
10	3	Несобственные интегралы.	2
11	3	Контрольная работа «Определённый интеграл»	2
12	4	Функция двух переменных. Область определения.	2
13	4	Предел функции двух переменных.	2
14	4	Вычисление частных производных. Производная по направлению. Градиент. Производные сложной функции.	2
15	4	Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	2
16	4	Экстремум функции нескольких переменных. Условный экс-	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		тремум.	
17	4	Контрольная работа «Функции нескольких переменных».	2
		Итого:	34

Таблица 4.3.3 – Практические занятия в 3-м семестре

№ занятия	<b>№</b> раздела	Тема	Кол-во часов
1-2	5	Числовой ряд, его сумма. Необходимое условие сходимости числового ряда. Исследование сходимости рядов с неотрицательными членами.	4
3	5	Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	2
4	5	Степенные ряды. Нахождение области сходимости.	2
5-6	5	Равномерная сходимость степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	4
5-6	5	Разложение функции в ряд Тейлора.	2
7-9	5	Тригонометрические ряды Фурье. Разложение функций в ряды Фурье.	6
10	5	Отчет по ТР «Ряды».	2
11-12	6	Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла путём сведения его к двукратному. Применение двойного интеграла.	4
13	6	Тройной интеграл, его вычисление и применение.	2
14	7	Криволинейные интегралы, их вычисление и применение.	2
15	7	Поверхностные интегралы.	2
16	7	Формула Грина	2
17	7	Контрольная работа «Кратные и криволинейные интегралы»	2
		Итого:	34

#### 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

## 5.1 Основная литература

- 1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. Москва : Физматлит, 2015. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. 444 с.: ISBN 978-5-9221-1585-8; То же [Электронный ресурс].- Режим доступа: <a href="http://znanium.com/catalog/product/854332">http://znanium.com/catalog/product/854332</a>
- 2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. 3-е изд., перераб. Москва : Физматлит, 2010. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. 425 с. ISBN 978-5-9221-0185-1;То же [Электронный ресурс]. —

URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818 (01.04.2019).

# 5.2 Дополнительная литература

- 1. Шипачёв, В.С. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие / В.С. Шипачев. 3-е изд. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. 351 с.: 60х90 1/16. (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9. Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727
- 2. Зубова, И. К. Основы математического анализа (модуль "Введение в математический анализ") [Текст] : самоучитель / И. К. Зубова, О. В. Острая, А. Н. Павленко; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". Оренбург : НикОс, 2011. 151 с. : ил. Библиогр.: с. 150-151. ISBN 978-5-4417-0009-2.
- 3. Зубова, И. К. Основы математического анализа (модуль "Функции нескольких переменных") [Электронный ресурс] : самоучитель / И. К. Зубова и [др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". Электрон. текстовые дан. (1 файл: Кb). Оренбург: ГОУ ОГУ, 2011. -Adobe Acrobat Reader 5.0 <a href="http://artlib.osu.ru/web/books/metod\_all/2838\_20110928.pdf">http://artlib.osu.ru/web/books/metod\_all/2838\_20110928.pdf</a>
- 4. Зубова, И. К. Основы математического анализа (модуль "Неопределенный интеграл") [Электронный ресурс] : учебное пособие. / И. К. Зубова и др.; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". Электрон. текстовые дан. (1 файл: 1.98 Мб). Оренбург : ОГУ, 2017. 119 с. Загл. с тит. экрана. -Adobe Acrobat Reader 6.0 ISBN 978-5-7410-1794-4. Режим доступа: http://artlib.osu.ru 36925\_20170601.pdf

## 5.3 Периодические издания

Не рекомендуются

#### 5.4 Интернет-ресурсы

 $\frac{https://openedu.ru/}{} - \text{ «Открытое образование», Каталог курсов: «Высшая математика.} \\ Mатематический анализ» (МФТИ).$ 

https://openedu.ru/ - «Открытое образование», Каталог курсов: «Математический анализ» (Ур $\Phi$ У).

# 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Операционная система Microsoft Windows

## 6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных и практических занятий, чертёжные инструменты, мел, доска, экран, компьютер, проектор.

# К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.