

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.22 Уравнения математической физики»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления подготовки)

Общий профиль

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2016

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики

*наименование кафедры*

протокол № 7 от "29" января 2016г.

Заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики

*наименование кафедры*



*подпись*

И.П. Болодурина

*расшифровка подписи*

Исполнители:



*должность*



*подпись*



*расшифровка подписи*

*должность*

*подпись*

*расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

*код наименование*

*личная подпись*

*расшифровка подписи*



Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

*личная подпись*

Н.Н. Грицай

*расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета

*личная подпись*



*расшифровка подписи*

© Завалий М.В., 2016

© ОГУ, 2016

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

### Цель (цели) освоения дисциплины:

усвоение основных математических методов физики, овладение навыками применения математических моделей, возникающих при математическом моделировании физических процессов, а также формирование у студента набора компетенций, соответствующих его специализации и обеспечивающих его конкурентоспособности на рынке труда.

### Задачи:

- изучение основных математических моделей, описывающих физические явления и функционирование физических систем, приводящих к дифференциальным уравнениям в частных производных, повышающих общую математическую подготовку и развивающих логическое и творческое мышление;

- умение студентов самостоятельно изучать учебную и научную литературу, содержащую решение краевых задач математической физики;

- умение четко ставить основные задачи математической физики и находить соответствующие методы их решения;

- умение анализировать полученные решения.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10 Физика, Б.1.Б.11 Математический анализ, Б.1.Б.15 Дифференциальные уравнения, Б.1.Б.23 Алгебра и геометрия, Б.1.В.ОД.1 Комплексный анализ, Б.1.В.ОД.19 Дополнительные главы математического анализа*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.В.ДВ.6.3 Численные методы математической физики, Б.2.В.П.3 Преддипломная практика*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b> методы решения и основные приемы исследования различных задач высшей алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений, комплексного анализа;</p> <p><b>Уметь:</b> решать задачи, соответствующие изученным разделам курса высшей алгебры, аналитической геометрии, математического анализа обыкновенным дифференциальным уравнениям, комплексного анализа, доказывать теоремы, предусмотренные программой, выбрать метод исследования и доводить полученные решения задачи до практически приемлемого результата;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками и приемами решения задач, соответствующими изученным дисциплинам;</p>	ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
<p><b>Знать:</b> приемы оценки своей деятельности</p> <p><b>Уметь:</b> критически переосмысливать накопленный опыт</p> <p><b>Владеть:</b> навыками изменения при необходимости вида и характера своей профессиональной деятельности</p>	ПК-3 способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	5 семестр	6 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>216</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>35,25</b>	<b>31,25</b>	<b>66,5</b>
Лекции (Л)	18	16	34
Практические занятия (ПЗ)	16	14	30
Консультации	1	1	2
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - самостоятельное изучение разделов (уравнения смешанного типа; часть раздела специальные функции); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю	<b>72,75</b>	<b>76,75</b>	<b>149,5</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>	

Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Применение методов математической физики для описания общих физических закономерностей физических явлений	13	2	2		9
2	Классификация дифференциальных уравнений	13	2	2		9
3	Уравнения гиперболического типа	53	8	8		37
4	Уравнения параболического типа	15	3	2		10
7	Специальные функции	14	3	2		9
	Итого:	108	18	16		74

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Уравнения эллиптического типа	62	2	10		50
6	Уравнения смешанного типа	36	4	4		28
	Итого:	108	16	14		78
	Всего:	216	34	30		152

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

содержание разделов дисциплины, изучаемых в 5 семестре

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела
1	2	3
1	Применение методов математической физики для описания общих физических закономерностей физических явлений	Понятие о построении математических моделей физических задач, уравнениях в частных производных и краевых задачах. Корректно и некорректно поставленные задачи. Примеры. Вывод основных уравнений математической физики – волнового, теплопроводности, Лапласа и Пуассона. Физические задачи, приводящие к ним. Условия применимости различных математических моделей.
2	Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных	Типы линейных уравнений второго порядка в частных производных. Приведение их к каноническому виду. Понятие характеристической поверхности. Классификация задач математической физики.
3	Уравнения гиперболического типа	Задача Коши для одномерного волнового уравнения: постановка задачи Коши, общее решение уравнения, бегущие волны. Формула Даламбера распространения волн. Корректность задачи Коши для уравнения колебаний струны. Понятие о характеристическом треугольнике фазовой плоскости. Отражение волн в случае полубесконечной струны. Задача Коши для неоднородного уравнения колебаний струны. Понятие об обобщенном решении.
		Задача на характеристиках (задача Гурса): постановка задачи на характеристиках для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Сведение задачи Гурса к системе интегральных уравнений. Существование и единственность решения задачи Гурса. Корректность задачи Гурса.
		Метод Римана решения на характеристиках задачи Коши для гиперболического уравнения: Постановка задачи Коши для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Вывод формулы Римана, существование и единственность функции Римана. Обобщенный принцип суперпозиции. Симметрия функции Римана сопряженных операторов. Существование решения задачи Гурса с данными на характеристиках внутри прямоугольника. Существование задачи Коши. Задача Коши для телеграфного уравнения.
		Задача Коши для волнового уравнения в пространстве: постановка задачи Коши для трехмерного волнового уравнения. Метод Вальтера, вывод формул Адамара и Кирхгоффа. Распространение волн в пространстве, принцип Гюнгенса. Существование задачи Коши. Метод спуска Адамара. Формула Пуассона для двумерного волнового уравнения, цилиндрические волны. Постановка краевых задач для многомерного уравнения.

		Метод разделения переменных для многомерных задач.
		Краевая задача для одномерного волнового уравнения. Метод разделения переменных: постановка задачи для одномерного волнового уравнения. Метод Фурье разделения переменных. Задача штурма Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. Вещественность собственных функций. Ряд Фурье по собственным функциям. Теорема Штурма и осцилляции. Асимптотические формулы для собственных функций. Стоячие волны. Функция источника (функция Грина) и ее свойства. Функция Грина и резольвента для решения неоднородной краевой задачи. Теорема Стеклова. Сходимость ряда по собственным функциям к решению краевой задачи. Интеграл энергии. Единственность решения краевой задачи. Краевая задача для неоднородного уравнения. Метод Крылова.
4	Уравнения параболического типа.	Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума и минимума для решений уравнения для решений уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши. Интеграл Пуассона. Ограниченность интеграла Пуассона, удовлетворение начальным условиям и уравнению теплопроводности.
		Метод разделения переменных для решения уравнения теплопроводности: краевая задача для уравнения теплопроводности, ее решение методом разделения переменных. Исследование сходимости интегралов Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля.

содержание разделов дисциплины, изучаемых в 6 семестре

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела
1	2	3
5	Уравнения эллиптического типа	<p>Гармонические функции и их свойства: уравнение Лапласа, гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Свойства гармонических функций. Первая, вторая и основная интегральные формулы Грина для гармонических функций. Теорема о среднем. Принцип максимума и минимума для гармонических функций. Тождество Дирихле. Теоремы Гарнака о последовательностях гармонических функций.</p> <p>Основные задачи для уравнения Лапласа и Пуассона: Уравнения Лапласа и Пуассона. Задачи Дирихле и Неймана, внутренние и внешние задачи. Единственность и устойчивость решения внутренней задачи Дирихле. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. О единственности задачи Неймана. Теорема об устранимой особенности. Преобразование Кельвина. Поведение гармонической функции на бесконечности. Единственность решения внешней задачи Дирихле. Сведение внешних задач к внутренним. Метод функции Грина. Построение функции Грина и ее свойства. Решение задачи Дирихле и Неймана с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для шара. Метод разделения переменных. Решение задачи для круга.</p> <p>Супергармонические и субгармонические функции, их свойства. Метод Пуанкаре-перрона-Петровского. Существование решения задачи Дирихле. Регулярные точки. Достаточные условия регулярности точки. Барьеры, достаточные условия существования</p>

		барьеров.
		Теория потенциала: Ньютоновский потенциал. Потенциалы разных порядков. Мультиполя. Разложение потенциала по мультиполям. Потенциалы простого и двойного слоя, их свойства. Поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя и нормальной производной потенциала простого слоя. Тангенциальные производные потенциала простого слоя. Решение краевых задач Дирихле и Неймана методом интегральных уравнений. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода.
		Задача Коши для нормальных систем уравнений в частных производных. Теорема Коши-Ковалевской. Мажорантный метод, существование и единственность решения задачи Коши.
6	Уравнения смешанного типа	Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе: Постановка задачи Трикоми. Принцип экстремума и единственность решения задачи Трикоми. Теорема существования задачи Трикоми. Задача Н. Задача Коши-Гурса. Сведение задачи Трикоми к сингулярному уравнению. Регуляризация сингулярного уравнения. Задача Франкля. Постановка задачи. Единственность решения задачи Франкля. Метод вспомогательных функций. Существование решения задачи Франкля.
7	Специальные функции	Бета-функция, гамма-функция, интеграл вероятности, функции Бесселя, сферические функции Лежандра и их свойства. Гипергеометрическая функция и ее свойства.

### 4.3 Практические занятия (семинары)

Практические занятия (семинары), 5 семестр

№ занятия	№ раздела	Тема	Количество часов
1	7	Специальные функции: гамма-функция, бета-функция, функции Бесселя и их производные	2
2	2	Классификация и приведение к каноническому виду линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными: гиперболические уравнения с постоянными коэффициентами; эллиптические и параболические уравнения, уравнения смешанного типа, упрощение канонической формы, уравнения с постоянными коэффициентами	2

3-5	3-4	Задача Коши и задача Гурса: методы характеристик и Римана. Решение задачи Гурса методом сведения к системе интегральных уравнений Метод разделения переменных в однородных смешанных задачах: задачи о свободных колебаниях струны с закрепленными концами или свободными концами; задачи о теплопроводности в стержне с теплоизолированной боковой поверхностью; колебания струны с упруго закрепленными концами в среде с сопротивлением; распределение тепла в стержне с теплообменом	6
6	4	Задачи о колебаниях и распространениях тепла со стационарными неоднородностями	2
7	3-4	Метод собственных функций в задачах с неоднородными уравнениями: однородные граничные условия, неоднородные граничные условия	2
8	3	Задачи о колебаниях мембраны. Решение задачи Коши для волнового уравнения на плоскости и в пространстве. Формулы Пуассона и Кирхгоффа	2
		<i>Итого</i>	16

#### Практические занятия (семинары), 6 семестр

№ занятия	№ раздела	Тема	Количество часов
1	5	Краевые задачи для уравнения Лапласа на плоскости и в пространстве. Метод разделения переменных	2
2	5	Краевые задачи для уравнения Пуассона на плоскости и в пространстве. Метод разделения переменных	2
3-4	5	Построение функции Грина. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для круга, полукруга и шара	4
5	5	Метод потенциалов. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям Фредгольма с помощью потенциалов	2
6	6	Уравнения смешанного типа. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе	2
7	6	Регуляризация сингулярного интегрального уравнения	2
		<i>Итого</i>	14
		Всего:	30

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Ильин А. М. Уравнения математической физики: Учебник для вузов. - М.: Физматлит -2009. – 193 с. ISBN: 978-5-9221-1036-5 : [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/69318>
2. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики/ Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 96 с.: 60х90 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9221-1053-2, 300 экз. Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=392891>.
3. Дзержинский, Р.И. Уравнения математической физики: курс лекций / Р.И. Дзержинский, В.А. Логинов; Министерство транспорта Российской Федерации, Московская государственная академия водного транспорта. - М.: Альтаир : МГАВТ, 2015. - 67 с.: ил. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429675>.



## 5.2 Дополнительная литература

1. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.И. Сборник задач по математической физике. М.: Физматлит, 2004. – 688 с. ISBN: 978-5-9221-0311-4 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/67912>
2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: Учебник для вузов. – 2-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2000. – 400 с. ISBN: 978-5-9221-0310-7 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/book/68126/>
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.; 1972. – 736 с.
4. Павленко А.Н. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов / А.Н. Павленко, О.А. Пихтилькова. – Оренбург: ОГУ, 2013.
5. Павленко А.Н. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению контрольной работы / А.Н. Павленко, О.А. Пихтилькова. – Оренбург: ОГУ, 2013.

## 5.3 Периодические издания

Не предусмотрены.

## 5.4 Интернет-ресурсы

1. <http://exponenta.ru/> - Математический сайт с большим количеством методических материалов по высшей математике и математическим компьютерным пакетам;
2. <http://fizmatkniga.ru/> - Доставка книг (бумажных) по математике и физике;
3. <http://www.math.ru/> - Научно-популярный математический сайт;
4. <http://allmatematika.ru/> - Форум по математике;
5. <http://www.edu.ru/> - Федеральный портал «Российское образование»;
6. <http://www.orenport.ru/> - Региональный портал образовательного сообщества Оренбуржья;
7. <http://www.msu.ru/> - Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

## 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Open Office/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
3. Интегрированная система решения математических, инженерно-технических и научных задач PTC MathCAD 14.0

## 6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой подключенной к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

### ***К рабочей программе прилагаются:***

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.