

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.В.ОД.11 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2017

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра математических методов и моделей в экономике
наименование кафедры

протокол № 8 от "30" 01 2017.

Заведующий кафедрой

Кафедра математических методов и моделей в экономике
наименование кафедры  А.Г. Реннер
подпись расшифровка подписи

Исполнители:

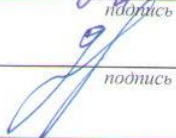
профессор каф. ММиМЭ
должность



А.Г. Реннер

расшифровка подписи

доцент каф. ММиМЭ
должность



О.Н. Яркова

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

01.03.04 Прикладная математика

код наименование



А.Г. Реннер

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки



Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета



Н.В. Лужнова

расшифровка подписи

№ регистрации 50825

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: формирование теоретических знаний и практических навыков применения краевых задач к исследованию объектов и процессов в различных сферах деятельности.

Задачи:

- изучение корректных постановок краевых задач и освоение разностных методов их решения для обыкновенных дифференцированных уравнений.
- изучение корректных постановок начальных и смешанных краевых задач для уравнений с частными производными.
- освоение разностных методов решения смешанных краевых задач для уравнений параболического типа и краевых задач для уравнений эллиптического типа.
- дать представление о методе конечных элементов решения задач перечисленных выше.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10 Математический анализ, Б.1.Б.11 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б.1.Б.15 Дифференциальные и разностные уравнения, Б.1.Б.18 Физика, Б.1.Б.20 Численные методы, Б.1.Б.21 Программирование и аппаратные средства электронно-вычислительных машин, Б.1.В.ОД.6 Объектно-ориентированный анализ и программирование*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.19 Математическое моделирование, Б.1.Б.22 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б.1.В.ОД.10.4 Методы моделирования и прогнозирования, Б.1.В.ОД.12 Модели и методы оптимизации производственных систем, Б.1.В.ДВ.4.2 Моделирование эколого-экономических систем, Б.1.В.ДВ.6.2 Уравнения в частных производных и математические модели в экономике, Б.1.В.ДВ.8.2 Моделирование бизнес-процессов, Б.2.В.П.1 Технологическая практика, Б.2.В.П.2 Научно-исследовательская работа, Б.2.В.П.3 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: основные понятия и результаты дисциплин, позволяющие самостоятельно проводить исследования в приведенных предметных областях. Уметь: выбирать метод численного решения практических задач в приведенных выше предметных областях. Владеть: навыками численного решения краевых задач в приведенных выше предметных областях.	ОПК-1 готовностью к самостоятельной работе
Знать: современные математические методы, современные прикладные программные средства и современные технологии программирования для численного решения краевых задач в приведенных выше предметных областях. Уметь: выбирать математический и программный инструментарий для решения краевых задач в приведенных выше предметных областях. Владеть: навыками решения краевых задач с помощью современного	ОПК-2 способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
математического и программного инструментария.	технологии программирования
Знать: правила построения моделей в форме краевых задач, позволяющие перейти от естественнонаучной проблемы к математически-формализованной. Уметь: выбирать метод исследования модели, описывающей естественнонаучную сущность проблемы. Владеть: навыками содержательной интерпретации результатов численного моделирования.	ПК-9 способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат
Знать: методы численного решения разностных схем, полученных при дискретизации краевой задачи. Уметь: использовать математический инструментарий для исследования свойств модели, описывающий некоторый процесс. Владеть: навыками проведения анализа и содержательной интерпретации полученного решения.	ПК-10 готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц (108 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	5 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108
Контактная работа:	34,25	34,25
Лекции (Л)	18	18
Практические занятия (ПЗ)	16	16
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	73,75	73,75
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный	зачет	

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	5 семестр	всего
зачет)		

Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений и численные методы их уравнений.	32	4	4	-	24
2	Классификация уравнений с частными производными.	20	4	2	-	12
3	Смешанные задачи для параболических уравнений и численные методы решения.	36	6	6	-	24
4	Краевые задачи для уравнений эллиптического типа и численные методы их решения.	21,75	4	4	-	13,75
	зачет					0,25
	Итого:	108	18	16		74
	Всего:	108	18	16		74

4.2 Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений и численные методы их решения.

Постановка некоторых краевых задач. Проблема существования единственности и корректности для краевых задач. Метод конечных разностей. Метод конечных элементов (обзор).

Тема 2. Классификация уравнений с частными производными.

Дифференциальное уравнение с частными производными m -го порядка относительно неизвестной функции от n -независимых переменных. Линейные уравнения второго порядка с двумя независимыми пространственными переменными. Классификация линейных уравнений второго порядка с 2-мя и « n » переменными. Приведенные к каноническому виду линейных уравнений.

Тема 3. Смешанные задачи для параболических уравнений и численные методы их решения. Постановка смешанных задач для уравнений параболического типа. Метод конечных разностей. Метод конечных элементов (обзор).

Тема 4. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа и численные методы их решения. Постановка задач для уравнений эллиптического типа. Метод конечных разностей для задачи Дирихле. Метод конечных элементов (обзор).

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Метод конечных разностей решений краевых задач для ОДУ второго порядка.	4
2	2	Классификация линейных уравнений второго порядка и приведение к каноническому виду.	2
3	3	Метод конечных разностей решения смешанных задач для уравнений параболического типа.	6
4	4	Метод конечных разностей решения задач для уравнений эллиптического типа.	4
		Итого:	16

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

5.1 Вопросы к зачету и текущему контролю успеваемости.

1. Постановка некоторых краевых задач для обыкновенного дифференцированного уравнения (ОДУ) второго ранга.
2. Проблема существования, единственности и корректности для краевых задач.
3. Методы построения разностных схем для ОДУ второго порядка (метод конечных разностей).
4. Метод конечных элементов решения краевой задачи для ОДУ второго порядка (общая схема).
5. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных и приведение к каноническому виду уравнений с постоянными коэффициентами.
6. Задача Коши для уравнений с частными производными.
7. Смешанные задачи для уравнений параболического типа.
8. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.
9. Обобщенное решение уравнений параболического типа.
10. Основные понятия о разностных схемах для уравнений параболического типа.
11. Построение разностных схем для уравнений параболического типа и их свойства.
12. Некоторые проблемы, возникающих при решении двумерных задач для уравнений параболического типа.
13. Построение разностных схем для двумерного уравнения параболического типа и их свойства.
14. Метод конечных элементов решения смешанных задач для уравнений параболического типа (общая схема). Сходимость метода.
15. Метод конечных разностей решения задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа. Сходимость разностной схемы.
16. Метод конечных элементов решения краевых задач для уравнения эллиптического типа (общая схема).

Примерный вариант контрольных тестовых заданий по темам

Тема 1. Индивидуальное задание по построению разностной схемы решения краевых задач для ОДУ.

Тема 2. Индивидуальное задание по построению разностной схемы решения краевых задач для уравнений параболического типа.

Тема 3. Индивидуальное задание по построению разностной схемы решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.

1. Дифференциальное уравнение в области $y > 0$ $u u_{xx} + u u_{yy} = 0$ является уравнением типа:

- а) гиперболического;
- в) параболического;

- б) эллиптического;
- г) смешанного.

2. Дифференциальное уравнение $u'_{xx} - 8u'_{xy} + 16u'_{yy} + 3u'_x - 12u'_y = 0$ в каноническом виде представлено в:

$$\text{a) } u''_{\eta\xi} + 2u'_\xi - 3u'_\eta = 0$$

$$\text{б) } u''_{\eta\eta} + 2u'_\eta - 3u'_\xi = 0$$

$$\text{в) } 17u''_{\eta\eta} + \sqrt[3]{17}u'_\eta = 0$$

$$\text{г) } 17u''_{\eta\eta} + \sqrt[6]{u''_{\xi\xi}} + 17u'_\eta = 0$$

$$3. \quad \text{Для ОДУ: } \frac{d}{dx} (k(x) \frac{d}{dx} u(x)) - f(x)u(x) = -f(x), 0 \leq x \leq e$$

краевые условия 1-го рода представлены в ответе:

$$\text{a) } \begin{cases} u(0) = M_1 \\ u(e) = M_2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} u'(0) = v_1 \\ u'(e) = v_2 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} u(0) + Lu'(0) = M_1 \\ u(e) + \beta u'(e) = M_2 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} u(0) + \beta_1 u(e) = d_1 \\ u(0) + \beta_2 u(e) = d_2 \end{cases}$$

$$4. \text{ Вторая смешанная задача для уравнения } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xt$$

корректно представлена в:

$$\text{a) } \begin{cases} u|_{t=0} = x, 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = t_1, 2u + \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t_2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} u|_{t=0} = x, 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = t + 1, \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t^2 + 1, t > 0 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} u|_{t=0} = x, 0 \leq x \leq 1 \\ (-u + \frac{\partial u}{\partial x})|_{x=0} = t, \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = t^2 \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} u|_{t=0} = x, 0 \leq x \leq 1 \\ u|_{x=0} = 1, u|_{x=1} = 2 \end{cases}$$

5. Первая смешанная задача для уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ корректно представлена в:

$$а) \begin{cases} u|_{t=0} = x, \frac{\partial u|_{t=0}}{\partial x} = x - 1, 0 \leq x \leq 1 \\ u|_{x=0} = t, u|_{x=1} = 1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} u|_{t=0} = x, 0 \leq x \leq 1 \\ u|_{x=0} = t, u|_{x=1} = 2t + 1, t \geq 0 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} u|_{t=0} = x + 1, 0 \leq x \leq 1 \\ u|_{x=0} = t, u|_{x=1} = 1, t \geq 0 \end{cases}$$

$$г) u|_{t=0} = 1, \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{t=0} = 0, 0 \leq x \leq 1$$

6. Задача Дирихле для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0, \rho \in (0, 1), 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

корректно поставлена в:

$$а) u|_{\rho=\infty} = 0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$б) \begin{cases} u|_{\rho=0} = 0, \\ u|_{\rho=1} = \cos^2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} u|_{\rho=\infty} = 0, \\ u|_{\rho=1} = \cos^2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}$$

$$г) u|_{\rho=1} = \cos^2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

7. Для уравнения денежных накоплений ансамбля семей

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(bu) = f \quad \text{в } D = (0 < t < \infty, 0 < x < l).$$

Третья смешанная задача представлена в:

$$\begin{aligned}
 & u|_{t=0} = \varphi(x), 0 \leq x \leq l \\
 & \text{а) } \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (bu) + cu \right) \Big|_{x=0} = \alpha_1(t), t > 0 \\
 & \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (bu) + cu \right) \Big|_{x=e} = \alpha_2(t), t > 0 \\
 & u|_{t=0} = \varphi(x), 0 \leq x \leq l \\
 & \text{б) } u|_{x=0} = \alpha_1(t), t > 0 \\
 & u|_{x=e} = \alpha_2(t), t > 0 \\
 & \text{в) } \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \mu_1(t), t > 0 \\
 & \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=e} = \mu_2(t), t > 0 \\
 & \text{г) } \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \mu_1(t), t > 0 \\
 & u|_{x=e} = \mu_2(t), t > 0
 \end{aligned}$$

6 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература

1. Белов, Ю. Я. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. Я. Белов, Р. В. Сорокин, И. В. Фроленков. – Сибирский федеральный университет, 2012. – 172 с. - ISBN: 978-5-7638-2499-5 Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=363875
2. Пименов, В. Г. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие : в 2 ч., Ч. 2 / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. – 107 с. - ISBN: 978-5-7996-1342-6 Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=275819
3. Савенкова, Н. П. Численные методы в математическом моделировании [Электронный ресурс]: уч. пос./ Н.П. Савенкова и др. – 2 изд., исп. и доп. – М.: АРГАМАК-МЕДИА: ИНФРА-М, 2014. – 176 с. ISBN 978-5-00024-019-9 Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=455188>

6.2 Дополнительная литература

1. Коновалов, В. И. Методы решения задач тепломассопереноса: Теплопроводность и диффузия в неподвижной среде: [Электронный ресурс]: учебные пособия / В. И. Коновалов, А. Н. Пахомов, Н. Ц. Гатапова, А. Н. Колиух. – Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – с. 81 Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=277809
2. Самарский, А.А. Численные методы: учеб. пособие для вузов / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432с.

6.3 Периодические издания

- Применение математических методов в экономических исследованиях и планировании
- Обзорение прикладной и промышленной математики
- Теория вероятностей и ее применение

6.4 Интернет-ресурсы

1. <http://crecs.ru/ru/numlabs2/> - Лабораторный практикум по вычислительной математике. Часть 2 (C++/GTK): Краевые задачи (ОДУ, одномерные эволюционные УМФ)
2. <http://www.intuit.ru/department/calculate/nmdiffeq/> - Численные методы решения уравнений в частных производных (курс лекций)

3. <http://umf.kmf.usu.ru/index.php?id=5&id1=0> - Пособие "Уравнения математической физики"
4. <http://www.software.unn.ru/ccam/> Центр компьютерных технологий. Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
5. [http://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/vstudio/60k1461a\(v=vs.100\).aspx](http://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/vstudio/60k1461a(v=vs.100).aspx) Справочные материалы по VisualStudio 2010 (Visual C++)
6. <http://biblioclub.ru/> Электронная библиотека
7. <http://znanium.com/> Электронная библиотека
8. <https://elibrary.ru/> Научная электронная библиотека
9. <http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

6.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Перечень лицензионного программного обеспечения

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Пакет настольных приложений Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint, OneNote, outlook, Publisher, Access)
3. Средства для разработки и проектирования Microsoft Visual Studio
4. Приложение для создания диаграмм Microsoft Visio

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения

1. Свободно распространяемый растровый графический редактор GIMP (GNU Image Manipulation Program)
2. Кроссплатформенный, свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice

Профессиональные базы данных

1. SCOPUS [Электронный ресурс] : реферативная база данных / компания Elsevier. – Режим доступа: <https://www.scopus.com/>, в локальной сети ОГУ
2. Springer [Электронный ресурс] : база данных научных книг, журналов, справочных материалов / компания Springer Customer Service Center GmbH. – Режим доступа: <https://link.springer.com/>, в локальной сети ОГУ

Информационные справочные системы

1. Законодательство России [Электронный ресурс] : информационно-правовая система. – Режим доступа: <https://pravo.fso.gov.ru/ips/>, в локальной сети ОГУ
2. Консультант Плюс [Электронный ресурс] : справочно-правовая система / Компания Консультант Плюс. – Электрон. дан. – Москва, [1992-2016]. Режим доступа: в локальной сети ОГУ <http://fileserver1/!CONSULT/cons.exe>
3. Каталог API (Microsoft) и справочных материалов по Visual Studio [Электронный ресурс]. Информационно-справочная система. – Режим доступа: <https://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/>

ПО для решения широкого спектра научных и прикладных задач:

MathCad 14 – математический пакет (лицензия ОГУ, выделена на каф. ММиМЭ на 10 ПК)
 MathWorks MATLAB R2013b + Fuzzy Logic Toolbox + Wavelet Toolbox

Средства для разработки и проектирования Microsoft
 Visual Studio

Rad Studio 5 (конкурентная лицензия на факультет на 20 рабочих станций)

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, с подключением к сети «Интернет», и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ

Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины

«Б.1.В.ОД.11 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения»

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика

код и наименование

Направленность: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

Год набора 2017

Дополнения и изменения к рабочей программе на 2019/2020 учебный год рассмотрены и утверждены на заседании кафедры

Кафедра математических методов и моделей в экономике

наименование кафедры

протокол № 1 от "28" 08 2019.

Заведующий кафедрой

Кафедра математических методов и моделей в экономике

наименование кафедры



А.Г. Реннер

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки



Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета



Н.А. Тюхтина

расшифровка подписи

В рабочую программу вносятся следующие дополнения и изменения:

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

✓ 1. Гулин А.В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. – М. : ИНФРА-М, 2017. – 368 с. – Режим доступа: <https://znanium.com/bookread2.php?book=883943>

✓ 2. Белов, Ю. Я. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пос. / Ю. Я. Белов, Р. В. Сорокин, И. В. Фроленков. – Красноярск: Сиб. Федер. ун-т, 2012. – 172 с. – ISBN 978-5-7638-2499-5. – Режим доступа: <https://znanium.com/bookread2.php?book=491959>