

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.10.2 Линейная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки)

Бизнес-аналитика и статистика

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2017

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

протокол № 6 от "9" февраля 2017г.

Заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

подпись

И.П. Болодурина

расшифровка подписи

Исполнители:

ст. преподаватель

должность

подпись

И.Г. Руцкова

расшифровка подписи

доцент

должность

подпись

Т.Н. Тарасова

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

38.03.01 Экономика

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации 53698

© Руцкова И.Г., 2017
© Тарасова Т. Н., 2017
© ОГУ, 2017

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

- овладение обучающимися основными методами линейной алгебры, необходимыми при анализе и моделировании экономических процессов и явлений, при поиске оптимальных решений в экономико-математическом моделировании, при обработке и анализе результатов численных экспериментов в научных исследованиях;
- создание базы для изучения дисциплин, использующих математические модели и методы в экономике.

Задачи:

- формирование системы теоретических знаний по линейной алгебре, включающей в себя основные понятия, определения, теоремы и факты, необходимые для изучения последующих математических и специальных дисциплин образовательной программы, решения экономических и прикладных задач, математического моделирования и исследования экономических процессов и явлений;
- ознакомление с историей возникновения и развития основных понятий и результатов линейной алгебры, её роли и месте в системе математических наук;
- формирование представлений об основных инструментах линейной алгебры и их использовании в исследованиях экономических процессов и явлений и экономико-математическом моделировании;
- выработка умений и практических навыков по линейной алгебре необходимых для изучения последующих математических и специальных дисциплин, решения экономических и прикладных задач, математического моделирования и исследования экономических процессов и явлений;
- формирование математической культуры студентов, развитие логического и алгоритмического мышления, необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10.3 Теория вероятностей и математическая статистика, Б.1.Б.10.4 Методы оптимальных решений*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: основные понятия (определения, факты, теоремы), методы и инструменты линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач, моделирования и исследования экономических явлений и процессов. Уметь: решать классические задачи линейной алгебры; применять методы и инструменты линейной алгебры к решению математических и экономических задач, выбирать и использовать необходимые вычислительные методы и программные средства, а также таблицы и справочники. Владеть: навыками использования инструментов и средств линейной алгебры, при моделировании и исследовании экономических процессов и явлений (построение модели, выбор	ОПК-3 способностью выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
оптимального решения, интерпретация и оценка результатов).	

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	1 семестр	всего
Общая трудоёмкость	144	144
Контактная работа:	55,25	55,25
Лекции (Л)	28	28
Практические занятия (ПЗ)	26	26
Консультации	1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
Самостоятельная работа: - выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); - выполнение индивидуального задания междисциплинарного содержания с элементами исследования; - самостоятельное изучение доказательств некоторых теорем и тем: «Комплексные числа», «Ортогональные и симметричные преобразования», «Поверхности второго порядка»; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежным контролям; - подготовка к экзамену.	88,75	88,75
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Комплексные числа	12	-	2	-	10
2	Матрицы и определители	20	6	6	-	8
3	Системы линейных уравнений	15	3	4	-	8
4	Линейные пространства. Евклидовы пространства	20	5	3	-	12
5	Линейные преобразования (операторы) линейных пространств	19	4	3	-	12
6	Векторная алгебра	12	2	2	-	8
7	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	32	6	6	-	20
8	Линейные, билинейные и квадратичные формы	14	2	-	-	12
	Итого:	144	28	26		90
	Всего:	144	28	26		90

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Комплексные числа

Комплексные числа: основные определения, алгебраическая форма записи, действия над комплексными числами, представленными в алгебраической форме. Свойства соответствующих операций. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, модуль и аргумент.

Тригонометрическая форма записи комплексных чисел, умножение, возведение в степень и деление комплексных чисел, представленных в тригонометрической форме. Корни n -й степени из комплексных чисел: определение, формула для нахождения, геометрическая интерпретация.

Показательная форма записи комплексных чисел, операции над комплексными числами, представленными в показательной форме.

Многочлены: основные понятия и определения, делимость, свойства корней. Теорема Безу. Схема Горнера. Правило подбора рациональных корней для уравнений с целыми коэффициентами. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение рациональных дробей на простейшие.

2 Матрицы и определители

Матрицы: основные определения, классификация. Операции над матрицами, их свойства. Коммутативные матрицы.

Элементарные преобразования матриц: определение, приведение к треугольному виду.

Транспонирование матриц: определение, свойства операции транспонирования. Симметричные матрицы.

Определители: формула для вычисления определителей n -го порядка, формулы для вычисления определителей 1, 2 и 3 порядков. Свойства определителей: вынесение общего множителя элементов строки или столбца; условия равенства нулю; представление в виде суммы двух определителей; преобразования, не изменяющие величины определителя. Дополнительный минор и алгебраические дополнения для элементов определителя: определения, свойства. Правила вычисления определителей $n \geq 4$. Определитель произведения матриц.

Обратная матрица: определение, свойства, теоремы о существовании и единственности.

Минор порядка k для матрицы. Ранг матрицы, базисный минор. Теоремы о рангах.

3 Системы линейных уравнений

Системы m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация.

Правило Крамера решения системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Следствия из правила Крамера, условие существования нетривиальных решений линейной однородной системы n уравнений с n неизвестными.

Применение обратных матриц для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.

Теорема Кронекера - Капелли о совместности неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.

4 Линейные пространства. Евклидовы пространства

Линейное пространство: определение, примеры линейных пространств.

Понятия линейной зависимости и линейной независимости системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов в произвольном пространстве, частные случаи. Критерий линейной независимости системы векторов в конечномерном линейном пространстве.

Конечномерное линейное пространство: определение, базис, теорема о способе выбора базиса в конечномерном пространстве. Координаты вектора, теорема о единственности разложения вектора по базису.

Переход от одного базиса к другому в конечномерном линейном пространстве. Связь координат вектора в разных базисах конечномерного линейного пространства.

Линейное подпространство: определение, достаточный признак, примеры линейных подпространств. Свойства линейных подпространств.

Евклидово пространство: определение, неравенство Коши – Буняковского. Длина вектора, угол между векторами в евклидовом пространстве. Ортогональные векторы, ортогональная система векторов, ортонормированная система векторов. Независимость ортонормированной системы векторов. Существование ортонормированного базиса в конечномерном евклидовом пространстве. Критерий ортонормированности базиса в конечномерном евклидовом пространстве.

5 Линейные преобразования (операторы) линейных пространств

Линейные преобразования линейных пространств: определение, матрица линейного преобразования конечномерного линейного пространства. Формула для связи матриц линейного преобразования в различных базисах одного и того же конечномерного линейного пространства. Инвариантность определителя матрицы линейного преобразования. Ранг линейного преобразования.

Вырожденные и невырожденные линейные преобразования: определения, критерий невырожденности линейного преобразования конечномерного линейного пространства.

Множество значений и ядро линейного преобразования: определения, свойства. Дефект линейного преобразования.

Размерность пространства решений линейной однородной системы.

Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Характеристический многочлен: вывод соответствующего уравнения, свойства (независимость вида характеристического многочлена от базиса). Спектр линейного преобразования.

Теорема о линейной независимости собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Существование базиса из собственных векторов. Приведение матрицы линейного преобразования к диагональному виду.

Ортогональные и симметричные преобразования: определения, свойства.

6 Векторная алгебра

Векторы в R^3 : основные определения, линейные операции.

Свойства множества векторов плоскости, исходящих из одной точки: линейное пространство, базис, размерность.

Прямоугольная система координат в R^3 , координаты вектора, действия над векторами, заданными в координатной форме.

Скалярная проекция вектора на ось: определение, свойства, геометрический смысл координат вектора.

Скалярное произведение векторов: определение, свойства, приложения, формула для нахождения скалярного произведения векторов, заданных своими координатами.

Векторное произведение векторов: определение, свойства, приложения, формула для нахождения векторного произведения векторов, заданных своими координатами.

Смешанное произведение векторов: определение, свойства, приложения, формула для нахождения смешанного произведения векторов, заданных своими координатами.

7 Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве

Прямая на плоскости: способы задания, общее уравнение прямой, взаимное расположение двух прямых, расстояние от точки до прямой.

Плоскость в R^3 : уравнение плоскости, проходящей через точку, перпендикулярно заданному ненулевому вектору; нормальное уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через точку, параллельно двум неколлинеарным векторам; уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой.

Общее уравнение плоскости в R^3 : определение, геометрический смысл коэффициентов. Нормальный вектор к плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Взаимное расположение двух плоскостей R^3 . Угол между плоскостями.

Прямая в R^3 : уравнение прямой, проходящей через точку, параллельно ненулевому вектору (каноническое и параметрическое); уравнение прямой, проходящей через две точки (каноническое и параметрическое). Общее уравнение прямой в R^3 : определение, алгоритм перехода от общего уравнения прямой к каноническому и параметрическому. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.

Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью, определение точки пересечения.

Кривые второго порядка: основные понятия и определения. Окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.

Поверхности второго порядка: определение, приведение к каноническому виду, классификация, геометрические свойства, исследование формы методом сечений.

8 Линейные, билинейные и квадратичные формы

Линейные, билинейные функции и формы: основные определения, понятия и свойства. Матрица билинейной формы. Ранг билинейной формы.

Симметрическая и кососимметрическая билинейные функции (формы). Теорема о восстановлении билинейной функции (формы) по симметрической функции (форме), ею порождаемой. Теорема о представлении билинейной функции (формы) в виде суммы симметрической и кососимметрической функций (форм).

Квадратичные формы: определения, матрица квадратичной формы, её свойства. Представление квадратичной формы в виде произведения матриц. Инвариантность вида представления квадратичной формы. Связь матриц квадратичной формы в двух базисах одного и того же линейного пространства.

Теоремы о возможности приведения квадратичной формы к сумме квадратов. Закон инерции квадратичных форм. Теорема о связи числа положительных и отрицательных коэффициентов с рангом квадратичной формы. Сигнатура квадратичной формы.

Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, положительно полуопределенные и отрицательно полуопределенные квадратичные формы: определения. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы и следствие из него (критерий отрицательной определенности квадратичной формы).

Алгоритмы приведения квадратичной формы к каноническому виду: а) метод Лагранжа; б) ортогональные преобразования.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Комплексные числа	2
2	2	Действия над матрицами	2
3	2	Определители	2
4	2	Обратная матрица. Ранг матрицы	2
5,6	3	Системы линейных уравнений	4
7	4	Линейные пространства	2
8	4	Евклидовы пространства	2
9	5	Линейные преобразования	2
10	5	Собственные векторы и собственные значения	2
11	6	Векторная алгебра	2
12, 13	7	Элементы аналитической геометрии	4
		Итого:	26

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учеб. для вузов / Д. В. Беклемишев. - 10-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2003. - 304 с. - ISBN 5-9221-0304-0.
2. Бортакровский А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортакровский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1, Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097>
3. Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономистов. Учебник [Электронный ресурс] / Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н. - Юнити-Дана, 2015. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541>

4. **Курош, А. Г.** Курс высшей алгебры [Текст] : учеб. для вузов / А. Г. Курош. - 18-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2011. - 432 с. - (Классическая учебная литература по математике). - Библиогр.: с. 425-426. - Предм. указ.: с. 427-431. - ISBN 978-5-8114-0521-3.
5. **Практикум по высшей математике для экономистов** [Текст]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по экономическим специальностям/под ред. Н.Ш. Кремера. - Москва: Юнити-Дана, 2005. - 423 с. – ISBN 5-238-00459-1

5.2 Дополнительная литература

1. **Благовисная, А. Н.** Модель Леонтьева многоотраслевой экономики [Электронный ресурс] : метод. указания / А. Н. Благовисная, С. Т. Дусакаева, О. А. Тяпухина; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. приклад. математики. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 0.45 Мб). - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2010. - 58 с. - Загл. с тит. экрана. - Adobe Acrobat Reader 6.0 http://artlib.osu.ru/site_new/find-book
2. **Благовисная, А. Н.** Практикум по решению задач линейной алгебры и аналитической геометрии с экономическим содержанием [Электронный ресурс] / Благовисная А. Н. - ГОУ ОГУ, 2009. Режим доступа: <http://artlib.osu.ru/>
3. **Головина, Л.И.** Линейная алгебра и некоторые ее приложения [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. И. Головина. - 2-е изд., доп. - М. : Физматлит, 1975. - 408 с
4. **Ильин, В. А.** Аналитическая геометрия [Текст] : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. - 224 с. - (Классический университетский учебник / ред. В. А. Садовничий).- (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; Вып. 3) - ISBN 978-5-9221-0511-8.
5. **Клетеник, Д. В.** Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов / Д. В. Клетеник. - 14-е изд., испр. - М. : Наука, 1986. - 224 с.
6. **Красс, М. С.** Основы математики и ее приложения в экономическом образовании [Текст] : учеб. для вузов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2000. - 688 с.
7. **Проскуряков, И. В.** Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков.- 8-е изд. - М. : ЛБЗ, 2001. - 384 с. - (Технический университет) - ISBN 5-93208-009-4.

1.3 Периодические издания

Периодические издания не рекомендуются при изучении дисциплины.

5.4 Интернет-ресурсы

«Линейная алгебра» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе <https://www.coursera.org> / Режим доступа: <https://www.coursera.org/learn/algebra-lineynaya>;

«Линейная алгебра и аналитическая геометрия» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе <https://www.lektorium.tv/> Режим доступа: <https://www.lektorium.tv/mooc2/26288>;

<http://ibooks.ru/> - электронная библиотечная система;

<http://biblioclub.ru/> - университетская библиотека ONLANE;

<http://e.lanbook.com/> - электронная библиотечная система издательства «Лань»;

<http://rucont.ru/> - электронная библиотека РУКОНТ;

<http://lib.mexmat.ru/> - электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> - учебно-образовательная физико-математическая библиотека;

www.exponenta.ru – Internet-класс по высшей математике;

<http://www.wolframalpha.com/> - сайт, где можно проверить решение математических задач.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Open Office/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
3. Большая российская энциклопедия [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://bigenc.ru/>

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины