

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра геометрии и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.В.ДВ.4.2 Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки
(код и наименование направления подготовки)

Алгоритмы и приложения компьютерной математики
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2017

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра геометрии и компьютерных наук

наименование кафедры

протокол № 6 от " 13 " февраля 2017г.

Заведующий кафедрой

Кафедра геометрии и компьютерных наук

наименование кафедры

подпись

А.Е. Шухман

расшифровка подписи

Исполнители:

доцент

должность

подпись

О.Н. Казакова

расшифровка подписи

доцент

должность

подпись

С.В. Харитонова

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код наименование

личная подпись

О.А. Пихтилькова

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В.Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации _____

© Казакова О.Н., 2017
© Харитонова С.В., 2017
© ОГУ, 2017

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

Формирование общематематической и, в том числе, геометрической культуры студента, более глубокая подготовка в области дифференциальной геометрии и топологии для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи:

- изучение основных дифференциально-геометрических структур на многообразиях, определений и свойств математических объектов в данной области математики, формулировок утверждений, методов их доказательств, возможных сферы их приложений;
- формирование умений и навыков решения задач вычислительного и теоретического характера; применения математического аппарата дифференциальной геометрии и топологии для исследования геометрических объектов.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к дисциплинам (модулям) по выбору вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.14 Фундаментальная и компьютерная алгебра, Б.1.Б.20 Дифференциальная геометрия и топология*

Постреквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p>Знать: приемы организации самостоятельной работы при решении дифференциально-геометрических задач, постановки математических задач.</p> <p>Уметь: самостоятельно планировать и осуществлять поиск и переработку математической информации в соответствии с поставленными задачами.</p> <p>Владеть: навыками самостоятельного изучения учебной и научной литературы, в том числе математической литературы, поиска необходимых методов исследования и интерпретации.</p>	ОПК-3 способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
<p>Знать: основные задачи, решаемые средствами дифференциальной геометрии и топологии</p> <p>Уметь: определять корректность математической формулировки как классических, так и прикладных задач</p> <p>Владеть: навыками постановки математических задач с использованием аппарата дифференциальной геометрии и топологии</p>	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
<p>Знать: основные методы доказательства математических утверждений из данного раздела математики</p> <p>Уметь: излагать доказательство и грамотно формулировать полученный результат</p> <p>Владеть: навыками доказательства различных утверждений дифференциальной геометрии и топологии и умением предвидеть возможные сферы применения доказанных утверждений, в том числе в теории групп и алгебры Ли, дифференциально-геометрических</p>	ПК-3 способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
структур на многообразиях, неевклидовой геометрии	

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	7 семестр	8 семестр	всего
Общая трудоёмкость	144	108	252
Контактная работа:	52,25	32,25	84,5
Лекции (Л)	18	16	34
Практические занятия (ПЗ)	34	16	50
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к устным и письменным опросам; - подготовка к практическим занятиям; - выполнение контрольных работ; - написание реферата; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	91,75	75,75	167,5
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	зачет	зачет	

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Гладкие многообразия	22	2	2		18
2.	Аппарат современной дифференциальной геометрии	30	4	8		18
3.	Дифференциальное исчисление на гладком многообразии	30	4	8		18
4.	Структурные уравнения многообразий	30	4	8		18
5.	Элементы теории групп Ли	32	4	8		20
	Итого:	144	18	34		92

Разделы дисциплины, изучаемые в 8 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6.	Связности и G-структуры	54	8	8		38
7.	Почти эрмитовы структуры	54	8	8		38
	Итого:	108	16	16		76
	Всего:	252	34	50		168

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1 Гладкие многообразия

Краткая историческая справка развития дифференциальной геометрии. Гладкие структуры. Примеры гладких структур

№ 2 Аппарат современной дифференциальной геометрии

Тензорная алгебра. Алгебраические операции над тензорами. Тензорное произведение векторных пространств. Внешние формы. Внешнее симметрическое произведение векторных пространств. Внешнее умножение и его свойства.

№ 3 Дифференциальное исчисление на гладком многообразии

Дифференцируемые многообразия. Векторные поля и дифференциальные операторы. Расслоенное пространство и его сечения. Внешнее дифференцирование. Распределения и кораспределения на многообразии. Системы Пфаффа на дифференцируемом многообразии. Вполне интегрируемые системы Пфаффа. Теорема Фробениуса.

№ 4 Структурные уравнения многообразий

Уравнения структуры евклидова пространства. Структурные уравнения центроаффинного и эквиаффинного пространства. Структурные уравнения аффинного, проективного и некоторых классических пространств.

№ 5 Элементы теории групп Ли

Группа Ли и ее алгебра Ли. Структурные уравнения группы Ли. Представление группы Ли. Реперы. Основная теорема теории представлений группы Ли. Геометрические объекты.

№ 6 Связности и G – структуры

Связности на главном расслоенном пространстве. Структурные уравнения дифференцируемого многообразия. Дифференциальные уравнения тензорных полей на M^n . Структурные уравнения главного расслоенного пространства. Определение связности в главном расслоенном пространстве. Структурные уравнения связности γ . Форма связности γ . Структурные уравнения аффинной связности. Ковариантное дифференцирование в L^n . Параллельный перенос в L^n . Тензоры кривизны и кручения. Определение G – структуры. Структурные уравнения G - структуры первого порядка. Риманова структура на M^n . Аффинная структура на M^n .

№ 7 Почти эрмитовы структуры

Почти эрмитова структура и просоединенная G – структура. Основные классы почти эрмитовых структур и их характеристики.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Гладкие многообразия: основные понятия	2
2,3	2	Векторные пространства. Базис и координаты. Подпространства. Линейные операторы. Ковекторные пространства. Сопряженный базис. Сопряженный оператор. Тензорные пространства. Координаты тензора и их преобразования. Тензорные операции	4
4,5	2	Операции симметрирования и альтернирования. Симметричные и кососимметричные тензоры. Внешние формы. Евклидовы и псевдоевклидовы векторные пространства. Метрический тензор. Опускание и поднятие индекса. Дискриминантный тензор.	4
6,7	3	Тензорные поля и их дифференциал. Производная по направлению. Векторные поля. Коммутатор.	4
8,9	3	Внешние дифференциальные формы. Внешний дифференциал. Абсолютный дифференциал и ковариантная производная	4
10,11	4	Структурные уравнения евклидова пространства. Натуральный репер.	4
12,13	4	Структурные уравнения аффинного пространства. Криволинейные координаты в аффинном пространстве.	4
14,15	5	Группы и алгебры Ли. Структурные уравнения группы Ли.	4

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
16,17	5	Представления группы Ли. Реперы. Кристаллографические группы и замощения пространства.	4
18	6	Формы и коэффициенты связности. Пространства аффинной связности. Компоненты тензоров кручения и кривизны.	2
19	6	Тождества Риччи. Тождество Бианки. Псевдоримановы и римановы пространства. Риманова связность.	2
20	6	Геодезические линии. Неголономные поля реперов.	2
21	6	Риманова кривизна в двумерном направлении. Пространства постоянной кривизны.	2
22,23	7	G – структуры. Построение A-репера. Свойства фундаментальной формы, структурного и метрического тензоров. Уравнения римановой связности в A- репере.	4
24,25	7	Вывод первой и второй группы структурных уравнений почти эрмитовой структуры. Примеры вывода структурных уравнений некоторых классов почти эрмитовых структур.(НК- структуры)	4
		Итого:	50

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Игнатъев, Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве. Учебное пособие. IV семестр. – Казань: Казанский университет, 2013, - 204 с. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276302&sr=1>

2. Примаков, Д. А. Геометрия и топология [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. А. Примаков, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПА, 2011. - 272 с. (Университетская серия). - ISBN 978-5-902597-13-1. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=451172>

3. Рашевский, П. К. Курс дифференциальной геометрии [Текст]: учебник / П. К. Рашевский .- 4-е изд., испр. - М. : Едиториал УРСС, 2003. - 432 с. - Алф. указ.: с. 426-428. - ISBN 5-354-00294-X.

5.2 Дополнительная литература

1. Годбийон, К. Дифференциальная геометрия и аналитическая механика [Текст] / К. Годбийон; пер. с фр. А. Г. Кушниренко. - Новокузнецк : ИО НФМИ, 1998. - 184 с. - Библиогр.: с. 184. - Предм. указ.: с. 185-186. - ISBN 5-80323-220-3.
2. Мищенко, А.С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. / А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко. – Москва: Физматлит. – 2004. – 300с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=69322
3. Новиков, С.П. Современные геометрические структуры и поля / С.П.Новиков, И.А.Тайманов. – М. – МЦНМО. – 2005. – 584 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=61810

5.3 Периодические издания

Прикладная математика и механика : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2016.

Информационные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2017

5.4 Интернет-ресурсы

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	http://exponenta.ru/	Математический сайт с большим количеством мето-

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
		дических материалов по высшей математике и математическим компьютерным пакетам
3	http://www.math.ru/	Научно-популярный математический сайт
4	http://www.techlibrary.ru/books.htm	Книги по математике и физике в электронном виде
5	http://allmatematika.ru/	Форум по математике.
6	http://elementy.ru	Энциклопедический сайт
7	http://en.edu.ru/	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественнонаучным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
8	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование»
9	http://ru.wikipedia.org	Энциклопедия «Википедия»
10	http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова
11	https://www.edx.org/course/subject/math	«EdX», Курс «Математика»

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

- 1 Операционная система Microsoft Windows, приобретенная по лицензии Microsoft DreamSpark Premium
- 2 LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
- 3 Антивирусное ПО: Kaspersky Endpoint Security для бизнеса, имеется лицензия на 2 года использования, входит в Реестр отечественного ПО
- 4 Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО.
- 5 SCOPUS [Электронный ресурс] : реферативная база данных / компания Elsevier. – Режим доступа: <https://www.scopus.com/>, в локальной сети ОГУ.
- 6 Springer [Электронный ресурс] : база данных научных книг, журналов, справочных материалов / компания Springer Customer Service Center GmbH . – Режим доступа : <https://link.springer.com/>, в локальной сети ОГУ.
- 7 Math-Net.ru [Электронный ресурс]: общероссийский математический портал, включающий информационно-справочную систему по публикациям в отечественных математических журналах. – Режим доступа <http://www.mathnet.ru/>.
- 8 Wolfram|Alpha [Электронный ресурс]: [база знаний](#) и справочная система, включающая множество вычислительных алгоритмов. – Режим доступа <https://www.wolframalpha.com/>
- 9 Большая Российская энциклопедия [Электронный ресурс]: универсальная энциклопедия, содержит статьи по всем областям знаний, справочники по персоналиям, словари. – Режим доступа <https://bigenc.ru/>

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой подключенной к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.