

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета математики и информационных  
технологий  
 С.А. Герасименко  
(подпись, расшифровка подписи)

"28" февраля 2017 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### ДИСЦИПЛИНЫ

*«М.1.Б.5 Оптимальное управление динамическими системами»*

Уровень высшего образования

МАГИСТРАТУРА

Направление подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления подготовки)

Оптимизация и оптимальное управление

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академической магистратуры

Квалификация

Магистр

Форма обучения

Очная

**Рабочая программа дисциплины «М.1.Б.5 Оптимальное управление динамическими системами» /сост.**

**И.П. Болодурина, М.В. Завалий - Оренбург: ОГУ, 2017**

Рабочая программа предназначена студентам очной формы обучения по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

© Болодурина И.П.,  
Завалий М.В., 2017  
© ОГУ, 2017

## Содержание

1 Цели и задачи освоения дисциплины .....	
2 Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	
3 Требования к результатам обучения по дисциплине .....	
4 Структура и содержание дисциплины.....	
4.1 Структура дисциплины .....	
4.2 Содержание разделов дисциплины.....	
4.3 Практические занятия (семинары).....	
4.4 Курсовая работа (2 семестр).....	
5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	
5.1 Основная литература.....	
5.2 Дополнительная литература.....	
5.3 Периодические издания .....	
5.4 Интернет-ресурсы.....	
5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий.....	
6 Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	
Лист согласования рабочей программы дисциплины.....	
Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины.....	
Приложения:	
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	
Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины: рассмотрение общих принципов построения необходимых и достаточных условий оптимальности и их применение к исследованию задач оптимального управления динамическими процессами непрерывной и дискретной природы.

### Задачи:

- освоение математических методов оптимального управления динамическими процессами;
- приобретение навыков построения приближенного оптимального решения и содержательной интерпретации результатов, полученных при управлении динамическими процессами.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *М.1.Б.1 Иностранный язык, М.1.Б.4 Оптимизация и численные методы, М.1.В.ОД.5 Интеллектуальные методы оптимизации*

Требования к входным результатам обучения, необходимым для освоения дисциплины

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
<p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> – планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности. – самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> – приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности. – технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>	ОК-3 готовностью к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
<p><b>Знать:</b> студент может определиться с темой либо получить задание, связанное с прикладной математикой, информатикой, программированием; определиться с графиком самостоятельной работы его выполнения; осуществить сбор, анализ и систематизацию научно-технической информации по теме (заданию).</p> <p><b>Уметь:</b> обработать собранную информацию с использованием информационных технологий; выполнить основной объем работ (провести исследование или выполнить технические разработки) в соответствии с выбранной темой и поставленным индивидуальным</p>	ОПК-1 готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
<p>заданием.</p> <p><b>Владеть:</b>  навыками работы на современных компьютерах и исследовательском оборудовании; способностью к организации и проведению теоретических и экспериментальных исследований с применением современных средств и методов; навыками работы на современных компьютерах и исследовательском оборудовании; способностью к организации и проведению теоретических и экспериментальных исследований с применением современных средств и методов.</p>	
<p><b>Знать:</b>  методы систематизации и обобщения научно-технической информации по теме исследований; основы организации научных исследований;</p> <p><b>Уметь:</b>  предлагать пути решения и выбирать методику и средства проведения научных исследований; систематизировать и обобщать научно-техническую информацию по теме исследований</p> <p><b>Владеть:</b>  навыками изучения математической литературы; методикой построения, анализа и применения математических моделей</p>	ПК-2 способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач
<p><b>Знать:</b>  основные понятия теории игр, методам принятия решений в конфликтных ситуациях, методам решения задач сетевого планирования</p> <p><b>Уметь:</b>  математически формализовать задачи; выбирать и использовать современные инструментальные программные и математические средства для ее решения; проводить содержательный анализ результатов решения задач; иметь представление о путях совершенствования процесса принятия решений в конфликтных ситуациях</p> <p><b>Владеть:</b>  навыками применения количественных методов для принятия решений в организациях различных отраслей экономики; навыками применения информационных технологий, стандартных пакетов прикладных программ решения задач теории игр и исследования операций</p>	ПК-7 способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов

Постреквизиты дисциплины: *М. I. В. ОД. 6 Системы с запаздыванием в задачах управления*

### 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b>  современные математические методы и программное обеспечение, позволяющие решать современные задачи науки, техники, экономики и управления</p> <p><b>Уметь:</b>  обработать собранную информацию с использованием информационных технологий; выполнить основной объем работ</p>	ОК-1 способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
(провести исследование или выполнить технические разработки) в соответствии с выбранной темой и поставленным индивидуальным заданием <b>Владеть:</b> навыками работы на современных компьютерах и исследовательском оборудовании; способностью к организации и проведению теоретических и экспериментальных исследований с применением современных средств и методов;	
<b>Знать:</b> объекты, области, виды будущей профессиональной деятельности; роль и место методов прикладной математики и информационных технологий в различных предметных областях и сферах человеческой деятельности <b>Уметь:</b> пользоваться приемами эффективного использования учебного времени, самоорганизации и контроля <b>Владеть:</b> мотивацией к обучению и последующему выполнению профессиональной деятельности; осознавать социальную значимость своей будущей профессии	ОПК-2 готовностью руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
<b>Знать:</b> – основные понятия и определения математической теории оптимального управления; основные понятия и определения математической теории оптимального управления; – основные необходимые и достаточные условия оптимальности, применяемые при решении задач оптимального управления; – численные методы решения задач оптимального управления; <b>Уметь:</b> – применять необходимые и достаточные условия к решению практических задач; – использовать приближенные методы для нахождения оптимального решения экономических задач; <b>Владеть:</b> – навыками и приемами использования современных программных продуктов при решении задач оптимального управления; – анализировать полученные решения аналитическими, графическими и численными способами.	ПК-2 способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	2 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>36,5</b>	<b>36,5</b>
Лекции (Л)	18	18
Практические занятия (ПЗ)	16	16
Консультации	1	1
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий	1	1

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	2 семестр	всего
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение курсовой работы (КР); - самостоятельное изучение разделов (перечислить); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	<b>107,5</b> +	<b>107,5</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>экзамен</b>	

#### Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Постановка задач оптимального управления		2	2		8
2	Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления		4	4		16
3	Достаточные условия оптимальности в задачах оптимального управления		2	2		14
4	Метод динамического программирования для дискретной задачи оптимального управления		2	2		14
5	Достаточные условия оптимальности на основе двойственного метода		2	2		14
6	Двойственный метод в дискретной задаче оптимального управления		2	2		12
7	Существование оптимального управления		2			18
8	Особые оптимальные управления		2	2		14
	Итого:	144	18	16		110
	Всего:	144	18	16		110

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

### Раздел 1 Постановка задач оптимального управления.

Постановка задач оптимального управления: уравнения модели; виды функционалов качества (задачи Лагранжа, Больца, Майера, задачи быстродействия, стабилизации, с нефиксированным временем); виды ограничений на траекторию; программное управление; виды ограничений на управление. Общая постановка задач оптимального управления. Определение допустимого процесса, оптимального решения. Задача оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Разрывная задача оптимального управления.

### Раздел 2 Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления

Необходимые условия оптимальности для задачи со свободным правым концом и фиксированным временем. Необходимые условия оптимальности для задачи Больца. Алгоритм построения оптимального управления в случае его существования и единственности. Принцип максимума Понтрягина для задачи Майера со свободным правым концом и заданным временем. Принцип максимума Понтрягина для задачи Больца. Краевая задача принципа максимума. Алгоритм построения оптимального управления. Недостаточность принципа максимума. Метод множителей Лагранжа для задачи оптимального управления. Принцип максимума для задач с произвольным временем окончания процесса управления.

Принцип максимума для задач с изопериметрическими ограничениями Непрерывность функции Гамильтона на оптимальном управлении и траектории. Свойство производных функции Гамильтона. Метод множителей Лагранжа в дискретной задаче оптимального управления со смешанными ограничениями. Методы основанные на необходимых условиях оптимальности: итерационный метод, метод проекции градиента. Учет граничных условий и фазовых ограничений в дискретной задаче оптимального управления методом штрафных функций.

### **Раздел 3 Достаточные условия оптимальности в задачах оптимального управления.**

Принцип динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для непрерывной задачи оптимального управления. Управление-синтез, усеченная задача, функция Беллмана. Уравнение Беллмана для непрерывной ЗОУ, граничные условия. Теорема о достаточных условиях оптимальности синтеза. Алгоритм построения оптимального процесса на основе метода динамического программирования. Связь метода динамического программирования и принципа максимума. Дискретная аппроксимация.

### **Раздел 4 Метод динамического программирования для дискретной задачи оптимального управления.**

Функция Беллмана для дискретной ЗОУ. Принцип перехода от дискретной ЗОУ к уравнению Беллмана. Схема Беллмана. Достаточное условие оптимальности для дискретной ЗОУ. Условия существования функции Беллмана и синтезирующей функции для дискретной ЗОУ. Достаточные условия оптимальности для непрерывной и дискретной задач оптимального управления, линейных по фазовым переменным, на основе построения функции Беллмана.

### **Раздел 5 Достаточные условия оптимальности на основе двойственного метода.**

Сведение общей задачи оптимального управления к двойственной задаче. Неравенство Гамильтона – Якоби. Представление минимизируемого функционала. Теорема Кротова о достаточных условиях оптимальности. Функция Кротова. Достаточные условия в форме Кротова оптимальности минимизирующей последовательности. Этапы построения решения. Достаточные условия оптимальности в форме Кротова для задачи оптимального управления, линейной относительно фазовых координат.

### **Раздел 6 Двойственный метод в дискретной задаче оптимального управления.**

Теорема Кротова о достаточных условиях оптимальности минимизирующей последовательности для дискретной ЗОУ. Достаточные условия в форме Кротова в случае существования оптимального процесса для дискретной ЗОУ. Виды достаточных условий в форме Кротова для дискретных ЗОУ. Связь между достаточными условиями в форме Кротова и методом динамического программирования для дискретных ЗОУ.

### **Раздел 7 Существование оптимального управления**

Постановка задачи и основные предположения. Основная теорема о существовании оптимального управления. Анализ условий основной теоремы. Пример существенности выполнения условий основной теоремы.

### **Раздел 8 Особые оптимальные управления**

Понятие особого оптимального управления для некоторой задачи оптимального управления. Особый режим. Построение особого оптимального управления. Необходимые условия оптимальности особого управления. Необходимые условия Келли оптимальности особого управления. Необходимые условия Коппа-Мойера. Примеры. Четеринг-режимы. Пример построения четеринг-режима для некоторой задачи.

## **4.3 Практические занятия (семинары)**

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Простейшая	2



№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		система «хищник-жертва». Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта. Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Простейшая система «хищник-жертва». Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта.	
2	2	Нахождение оптимального программного управления на основе необходимых условий оптимальности.	2
3	2	Применение принципа максимума к решению непрерывных и дискретных задач.	2
4	3	Применение достаточных условий оптимальности к решению ЗОУ на основе метода динамического программирования Беллмана. Применение достаточных условий оптимальности к решению ЗОУ на основе метода динамического программирования Беллмана.	2
5	4	Применение метода динамического программирования Беллмана к решению задачи об очистке водоема от загрязнений органическими отходами.	2
6	5	Двойственный метод в непрерывных и дискретных задачах оптимального управления. Построение функций Кротова.	2
7	6	Численное решение ЗОУ экономикой на макроуровне на основе двойственного метода и построения функций Кротова. Численное решение ЗОУ экономикой на макроуровне на основе двойственного метода и построения функций Кротова.	2
8	8	Исследование особых оптимальных управлений для некоторых моделей оптимального управления. Выбор и оценка параметров моделей.	2
		Итого:	16

#### 4.4 Курсовая работа (2 семестр)

Целью курсового проектирования является моделирование реальных процессов и построение оптимальных режимов на основе методов теории оптимального управления, а также содержательная интерпретация полученных результатов.

Примерные темы курсовой работы:

- 1) Оптимальное управление процессом производства, хранения и реализации товаров;
- 2) Оптимизация процесса рыбной ловли;
- 3) Моделирование процесса распространения заболеваний;
- 4) Оптимальное управление трехотраслевой экономикой;
- 5) Оптимальная политика в области рекламной деятельности;
- 6) Оптимальное управление температурным режимом;
- 7) Управление процессом распространения заболевания с помощью введения карантина;
- 8) Управление системой «хищник-жертва» с учетом внутривидовой конкуренции;
- 9) Моделирование процесса очистки воды от загрязнения органическими отходами.

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебник / Ф. П. Васильев. – Изд. нов., перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2011. – Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. – 620 с. – ISBN 978-5-94057-707-2. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>

2. Специальные разделы теории управления. Оптимальное управление динамическими системами : учебное пособие / Ю.Ю. Громов, О.Г. Иванова, В.В. Алексеев и др. ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. - 108 с. : ил. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277799>

3. Болодурина, И. П. Теория оптимального управления [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика / И. П. Болодурина [и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2016. - ISBN 978-5-7410-1505-6. – Режим доступа: [http://artlib.osu.ru/web/books/metod\\_all/10770\\_20160608.pdf](http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/10770_20160608.pdf)

4. Е.А. Андреева, И.П. Болодурина, О.С. Арапова, Т.А. Огурцова. Математическое моделирование и оптимальное управление: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 151 с.

### 5.2 Дополнительная литература

1. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Численные методы решения экстремальных задач. - Тверь.: Твер. гос. ун-т, 2002.

2. Основы теории оптимального управления./В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов и др. – М.: Высш.шк., 1990.

3. Андреева Е.А. Оптимальное управление динамическими системами.: В 2 ч. - Тверь.: Твер. гос. ун-т, 1999.

4. Оптимальное управление [Электронный ресурс] / под ред. Н. П. Осмоловский, В. М. Тихомиров. – Москва : МЦНМО, 2008. – 320 с. – ISBN 978-5-94057-367-8. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270> .

5. Моклячук, М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи [Электронный ресурс] : учебник / М. П. Моклячук. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2006. – 428 с. – ISBN 5-93972-546-5. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114732> .

### 5.3 Периодические издания

1. Discrete event dynamic systems
2. Journal of dynamical and control systems

### 5.4 Интернет-ресурсы

1. Образовательный математический сайт (www.exponenta.ru).
2. Консультационный центр Matlab (www.matlab.ru).

## **5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

- Табличный процессор EXCEL;
- Microsoft Visual Studio;
- Математический ПП MathCad.

## **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

В распоряжении преподавателей и обучающихся имеется основное необходимое материально-техническое оборудование, а именно компьютеры с соответствующим компьютерным обеспечением, Интернет-ресурсы, доступ к полнотекстовым электронным базам, книжный фонд Научной библиотеки Оренбургского государственного университета.

К рабочей программе прилагаются:

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

# ЛИСТ

## согласования рабочей программы

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
код и наименование

Наименование магистерской программы: Оптимизация и оптимальное управление

Дисциплина: М.1.Б.5 Оптимальное управление динамическими системами

Форма обучения: \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
(очная, очно-заочная, заочная)


Год набора 2017

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры

Кафедра прикладной математики  
наименование кафедры

протокол № 5 от "13" декабря 2016г.

Ответственный исполнитель, заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики  И.П. Болодурина  
наименование кафедры подпись расшифровка подписи

Исполнители:

<u>профессор</u> <small>должность</small>	<u></u> <small>подпись</small>	<u>Болодурина И.П.</u> <small>расшифровка подписи</small>
<u>доцент</u> <small>должность</small>	<u></u> <small>подпись</small>	<u>Завалин А.В.</u> <small>расшифровка подписи</small>

СОГЛАСОВАНО:


Председатель методической комиссии, научный руководитель по направлению подготовки  
01.04.02 Прикладная математика и информатика  А.Н. Манаков  
код наименование личная подпись расшифровка подписи

Научный руководитель магистерской программы  И.П. Болодурина  
личная подпись расшифровка подписи

Заведующий отделом комплексования научной библиотеки  
 Н.Н. Грицай  
личная подпись расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета  
 И.В. Кривошеин  
личная подпись расшифровка подписи

Рабочая программа зарегистрирована в ОИОТ ЦИТ

Начальник отдела информационных образовательных технологий ЦИТ  
 Е.В. Дырдина  
личная подпись расшифровка подписи