

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.10 Математический анализ»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2018

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

протокол № 6 от "24" января 2018 г.

Заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры


подпись

И.П. Болодурина

расшифровка подписи

Исполнители:

профессор кафедры прикладной механики

должность

подпись



Ю.Г. Полкунов

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

01.03.04 Прикладная математика

код наименование

личная подпись

А.Г. Реннер

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации _____

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

Получение студентами фундаментальных знаний по математическому анализу, необходимых при использовании их в профессиональной деятельности.

Задачи:

- изучение основных определений, теорем и методов математического анализа;
- формирование умений в области практического применения методов математического анализа;
- приобретение практического опыта применения математических методов в профессиональной деятельности.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.11 Линейная алгебра и аналитическая геометрия*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.11 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б.1.Б.12 Дискретная математика, Б.1.Б.13 Математическая логика и теория алгоритмов, Б.1.Б.14 Теория функций комплексного переменного, Б.1.Б.15 Дифференциальные и разностные уравнения, Б.1.Б.16 Математические методы и модели исследования операций, Б.1.Б.17 Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов, Б.1.Б.18 Физика, Б.1.Б.19 Математическое моделирование, Б.1.Б.20 Численные методы, Б.1.Б.22 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б.1.В.ОД.10.2 Анализ данных, Б.1.В.ОД.10.3 Эконометрика, Б.1.В.ОД.11 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения, Б.1.В.ДВ.1.2 Методы финансовой и страховой математики в логистике, Б.1.В.ДВ.2.2 Математические методы защиты информации, Б.1.В.ДВ.3.1 Основы теории нечетких множеств и нейросетевые модели, Б.1.В.ДВ.4.1 Дополнительные разделы алгебры, Б.1.В.ДВ.4.2 Моделирование эколого-экономических систем, Б.1.В.ДВ.6.2 Уравнения в частных производных и математические модели в экономике*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

| Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций | Формируемые компетенции |
|---|--|
| <p>Знать: основные фундаментальные знания в области математического анализа, позволяющие осуществить самостоятельную профессиональную деятельность</p> <p>Уметь: применять математические методы в самостоятельной работе</p> <p>Владеть: навыками самостоятельного применения теоретических и практических знаний в профессиональной деятельности</p> | ОПК-1 готовностью к самостоятельной работе |
| <p>Знать: классические постановки задач в области математического анализа</p> <p>Уметь: ставить классические постановки задач в области математического анализа</p> <p>Владеть:</p> | ОПК-2 способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии |

| | |
|---|---|
| Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций | Формируемые компетенции |
| навыками постановок классических задач в области математического анализа | программирования |
| Знать: основные фундаментальные знания в области математического анализа для выявления сущности естественнонаучных проблем Уметь: использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования Владеть: навыками применения методов математического анализа для решения прикладных задач | ПК-9 способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат |
| Знать: основные понятия, определения и методы математического анализа Уметь: применять методы математического анализа для реализации математических моделей Владеть: основными методами математического анализа | ПК-10 готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов |
| Знать: основные фундаментальные знания математического анализа Уметь: самостоятельно применять теоретические знания в решении задач практического и междисциплинарного характера Владеть: навыками самостоятельного изучения математической и профессиональной литературы | ПК-12 способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук |

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных единиц (576 академических часов).

| Вид работы | Трудоемкость, академических часов | | | |
|--|-----------------------------------|---------------|---------------|---------------|
| | 1 семестр | 2 семестр | 3 семестр | всего |
| Общая трудоёмкость | 216 | 180 | 180 | 576 |
| Контактная работа: | 69,25 | 69,25 | 69,25 | 207,75 |
| Лекции (Л) | 34 | 34 | 34 | 102 |
| Практические занятия (ПЗ) | 34 | 34 | 34 | 102 |
| Консультации | 1 | 1 | 1 | 3 |
| Промежуточная аттестация (зачет, экзамен) | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,75 |
| Самостоятельная работа: <i>- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и</i> | 146,75 | 110,75 | 110,75 | 368,25 |

| Вид работы | Трудоемкость, академических часов | | | |
|---|--------------------------------------|----------------|----------------|-------|
| | 1 семестр | 2 семестр | 3 семестр | всего |
| <i>материала учебников и учебных пособий; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)</i> | | | | |
| Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет) | экзамен | экзамен | экзамен | |

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|--------------|--|------------------|----------------------|----|----|-------------------|
| | | всего | аудиторная работа | | | внеауд. работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | Введение в анализ | | 8 | 8 | | 30 |
| 2 | Дифференциальное исчисление функции одной переменной | | 8 | 8 | | 30 |
| 3 | Неопределенный интеграл | | 8 | 8 | | 30 |
| 4 | Определенный интеграл | | 6 | 6 | | 30 |
| 5 | Несобственный интеграл | | 4 | 4 | | 28 |
| | Итого: | 216 | 34 | 34 | | 148 |

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|--------------|---|------------------|----------------------|----|----|-------------------|
| | | всего | аудиторная работа | | | внеауд. работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 6 | Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных | | 10 | 10 | | 24 |
| 7 | Интегралы, зависящие от параметра | | 4 | 4 | | 22 |
| 8 | Многомерные интегралы | | 8 | 8 | | 22 |
| 9 | Числовые ряды | | 4 | 4 | | 22 |
| 10 | Функциональные ряды | | 8 | 8 | | 22 |
| | Итого: | 180 | 34 | 34 | | 112 |

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|--------------|---|------------------|----------------------|-----|----|-------------------|
| | | всего | аудиторная работа | | | внеауд. работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 11 | Ряды Фурье | | 10 | 10 | | 28 |
| 12 | Криволинейные и поверхностные интегралы | | 8 | 8 | | 28 |
| 13 | Элементы векторного анализа | | 6 | 8 | | 28 |
| 14 | Элементы функционального анализа | | 10 | 8 | | 28 |
| | Итого: | 180 | 34 | 34 | | 112 |
| | Всего: | 576 | 102 | 102 | | 372 |

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Введение в анализ. Множества. Операции над множествами и их свойства. Отображения и функции. Эквивалентные множества. Счетные и несчетные множества. Множества мощности континуума. Вещественные числа и их свойства. Точные грани числового множества. Числовые последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Предел последовательности. Свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число e . Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши для сходимости последовательности. Понятие предела функции. Свойство монотонности предела функции. Критерий Коши существования предела функции. Предел сложной функции. Порядок бесконечно малой функции. Непрерывность функции в точке. Свойства функций непрерывных в точке. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Функции непрерывные на множестве. Критерий непрерывности монотонной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Общие свойства функций непрерывных на отрезке (об обращении функции в нуль, о промежуточном значении функции, об ограниченности непрерывной функции, о достижении непрерывной функции точной верхней и нижней граней). Понятие равномерной непрерывности. Теорема Гейне-Кантора о равномерной непрерывности.

2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Приращение функции. Дифференциал и производная функции. Геометрический смысл производной. Механическая интерпретация производной. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Основные формулы дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница для нахождения n -ой производной от произведения функции u и v . Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Лагранжа, Коши, Ферма). Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора. Разложение по формуле Тейлора функций e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\alpha(1+x)$. Исследование функции. Возрастание и убывание функции. Экстремальные точки. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Построение графиков.

3 Неопределенный интеграл. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование по частям и подстановкой. Интегрирование простейших рациональных дробей. Разложение рациональной дроби на простейшие и их интегрирование.

4 Определенный интеграл. Определение интегрируемости функции по Риману и интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману. Суммы Дарбу, их свойства. Лемма Дарбу. Критерии интегрируемости функции по Риману. Классы функций, интегрируемых по Риману. Основные свойства интеграла. Теоремы о среднем значении. Определение интеграла Римана с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость как функции верхнего предела. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление интеграла заменой переменной и по частям.

5 Несобственные интегралы. Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Критерий Коши и достаточные условия сходимости несобственных интегралов. Признаки Абеля и Дирихле.

6 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. Определение функции нескольких переменных. Понятие вектор-функции. Непрерывность в точке $x_0 \in R$, непрерывность в точке x_0 по переменной x_s , непрерывность функции в точке x_0 по направлению l . Теорема о непрерывности отображения. Непрерывность сложной функции. Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент и его свойства. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Приложение формулы Тейлора: локальный экстремум функции нескольких переменных. Неявные функции. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Системы неявных функций. Условный экстремум функции нескольких переменных.

7 Интегралы, зависящие от параметра. Собственные параметрические интегралы и их непрерывность. Дифференцирование и интегрирование собственных параметрических интегралов. Равномерная сходимость несобственных параметрических интегралов. Непрерывность, дифференцируе-

мость и интегрируемость по параметру несобственных параметрических интегралов. Интегралы Эйлера первого и второго рода (бета- и гамма- функции).

8 Многомерные интегралы. Двойной интеграл. Его свойства. Двукратный интеграл и его связь с двойным. Двойной интеграл в полярных координатах. Общий случай замены переменных в n - кратном интеграле. Тройной интеграл, его свойства и вычисление. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

9 Числовые ряды. Понятие ряда и его суммы. Основные свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости (сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный признаки сходимости). Абсолютная и условная сходимость рядов. Ряды Лейбница. Перестановка членов ряда. Арифметические операции над сходящимися рядами.

10 Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Теоремы о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда и о почленном интегрировании и дифференцировании. Степенные ряды. Их равномерная сходимость. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление функций, интегралов с помощью рядов.

11 Ряды Фурье. Ортогональная система функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя. Замкнутость тригонометрической системы функций. Тригонометрический ряд Фурье. Интегральное представление его частичной суммы. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Простейшие свойства тригонометрических рядов. Принцип локализации Римана. Преобразование Фурье. Интеграл Фурье.

12 Криволинейные и поверхностные интегралы. Криволинейные интегралы 1-ого и 2-ого рода. Свойства криволинейных интегралов. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Поверхностные интегралы. Формула Стокса. Формула Гаусса-Остроградского.

13 Элементы векторного анализа. Векторное поле. Дифференциальные уравнения векторных линий. Поток векторного поля. Способы вычисления потока. Поток вектора через замкнутую поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля. Соленоидальное поле. Линейный интеграл в векторном поле. Циркуляция векторного поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Теорема Стокса. Независимость линейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина. Потенциальное поле. Признаки потенциального поля. Вычисление линейного интеграла в потенциальном поле.

14 Элементы функционального анализа. Измеримые множества. Измеримые функции, их свойства. Интеграл Лебега. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Обобщенные ряды Фурье.

4.3 Практические занятия (семинары)

| № занятия | № раздела | Тема | Кол-во часов |
|-----------|-----------|---|--------------|
| 1 | 1 | Множества. Операции над множествами. Свойства операций. Счетные и несчетные множества. | 2 |
| 2-4 | 1 | Предел последовательности и функции. | 6 |
| 5-6 | 2 | Дифференцирование функции, дифференциал функции. | 4 |
| 7-8 | 2 | Возрастание, убывание функции. Точки экстремума. Выпуклость, вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты. Исследование функции. | 4 |
| 9-10 | 3 | Первообразная и неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование с использованием таблицы интегралов. Интегрирование по частям Интегрирование подстановкой. | 4 |
| 11-12 | 3 | Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных дробей разложением их на Простейшие. | 4 |
| 13-14 | 4 | Формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в определенном интеграле. | 4 |
| 15 | 4 | Приложения определенных интегралов | 2 |

| | | | |
|-------|----|---|---|
| 16-17 | 5 | Несобственные интегралы 1-ого и 2-ого типа. Их вычисление в случае сходимости. Теоремы, устанавливающие сходимость или расходимость несобственных интегралов. | 4 |
| | | | |
| | | 2- семестр | |
| | | | |
| 1 | 6 | Область определения функции нескольких переменных. Предел функции. Непрерывность функции в точке x_0 , непрерывность в точке по направлению l . | 2 |
| 2 | 6 | Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Полная производная. | 2 |
| 3 | 6 | Частные производные высших порядков. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. | 2 |
| 4 | 6 | Неявные функции. Их дифференцирование. Системы неявных функций. | 2 |
| 5 | 6 | Условный экстремум функции нескольких переменных. Функция Лагранжа. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. | 2 |
| 6-7 | 7 | Собственные и несобственные параметрические интегралы; дифференцирование и интегрирование по параметру. Вычисление некоторых интегралов с помощью дифференцирования по параметру и введением параметра. | 4 |
| 8 | 8 | Двойной интеграл и его вычисление. Расстановка пределов интегрирования по заданной области D . Изменение порядка интегрирования. | 2 |
| 9 | 8 | Двойной интеграл в полярных координатах. Общий случай замены переменных в двойном интеграле. Вычисление площадей, объемов и площадей поверхностей. | 2 |
| 11-12 | 8 | Понятие тройного интеграла. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах. | 4 |
| 13 | 9 | Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Нахождение суммы сходящегося ряда. | 2 |
| 14 | 9 | Признаки сходимости рядов с положительными членами. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница | 2 |
| 15 | 10 | Функциональные ряды. Область сходимости | 2 |
| 16 | 10 | Степенные ряды. Область сходимости, почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. | 2 |
| 17 | 10 | Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление функций и интегралов с помощью рядов. | 4 |
| | | | |
| | | 3 семестр | |
| | | | |
| 1 | 11 | Тригонометрический ряд Фурье, его равномерная сходимость | 2 |
| 2 | 11 | Представление тригонометрическим рядом Фурье 2π - периодических функций | 2 |
| 3-4 | 11 | Представление тригонометрическим рядом Фурье $2l$ - периодических функций, четных и нечетных функций, функций, заданных на произвольном отрезке $[-l;l]$. | 4 |
| 5 | 11 | Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. | 2 |
| 6 | 12 | Криволинейные интегралы. Их вычисление | 2 |
| 7 | 12 | Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. | 2 |

| | | | |
|-------|----|--|-----|
| 8 | 12 | Поверхностные интегралы. Их вычисление. | 2 |
| 9 | 12 | Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса. | 2 |
| 10-11 | 13 | Поток векторного поля. Поток вектора через замкнутую поверхность. | 4 |
| 12-13 | 13 | Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля. Теорема Стокса. | 4 |
| 14 | 14 | Измеримые множества. Измеримые функции. | 2 |
| 15 | 14 | Интеграл Лебега. | 2 |
| 16-17 | 14 | Обобщенные ряды Фурье. | 4 |
| | | Итого: | 102 |

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Максименко, В.Н. Курс математического анализа : учебное пособие / В.Н. Максименко, А.Г. Меграбов, Л.В. Павшук. - Новосибирск : НГТУ, 2011. - Ч. 2. - 411 с. - ISBN 978-5-7782-1746-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228792>(17.11.2015).

2. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учеб./Г.И.Архипов, В.А.Садовничий, В.Н. Чубариков, -3-е изд.-М.: Дрофа, 2008.-640 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа [Текст]: [в 3 т.]: учеб.для вузов/ Л.Д. Кудрявцев.-5-е изд., перераб. и доп. – М: Дрофа, 2006.

2. Зорич, В.А. Математический анализ: университетский учеб. для студентов физико-математических спец./В.А.Зорич.-4-е изд.-М.: МЦМНО, 2002.-ч.1.-664 с., ч.2.-794 с.

3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1, М.: Наука, М.: Физмат лит, 2002 г.

4. Ким В.С. Курс математического анализа: учебное пособие, Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2006. – 219 с.

5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнения по математическому анализу: учебное пособие/ Б.П.Демидович.- АСТ, Астрель, 2007.-638 с.

5.3 Периодические издания

Доклады Академии наук: журнал.- М.: Академиздатцентр «Наука» РАН, 2018.

5.4 Интернет-ресурсы

<https://www.coursera.org/> - «Coursera»;
<https://openedu.ru/> - «Открытое образование»;
<https://universarium.org/> - «Универсариум»;
<https://www.edx.org/> - «EdX»;
<https://www.lektorium.tv/> - «Лекториум»;

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Операционная система Microsoft Windows

Wolfram Mathematica for the Classroom Educational Bundled

CorelDRAW Graphics Suite X3

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.