

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра алгебры и дискретной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.12 Алгебра и теория чисел»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(код и наименование направления подготовки)

Общий профиль

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2018

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

протокол № 5 от "23" сентября 2018 г.

Заведующий кафедрой

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

подпись

О.А. Пихтилькова

расшифровка подписи



Исполнители:

Доцент

должность



подпись

Г.А. Сикорская

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.02

Фундаментальная

информатика

и

информационные

технологии

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

А.Е. Шухман

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации _____

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

- формирование у студентов готовности к решению учебно-профессиональных задач в области алгебры и теории чисел, необходимых для использования в других дисциплинах;
- формирование соответствующих компетенций согласно требованиям основной образовательной программы (ООП) подготовки бакалавров по направлению 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» с общим профилем подготовки

Задачи:

- приобретение обучающимися знаний в области теоретических основ алгебры и теории чисел, как теоретической базы для изучения последующих дисциплин профессионального цикла;
- приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике с применением интерактивных методов и закреплением соответствующих компетенций согласно ООП подготовки бакалавров по направлению «Информатика и вычислительная техника» с общим профилем подготовки

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.16 Теория вероятностей и математическая статистика, Б.1.Б.17 Вычислительные методы, Б.1.В.ОД.5 Теория функций комплексного переменного, Б.1.В.ОД.15 Методы оптимизации и исследование операций, Б.1.В.ОД.18 Компьютерная графика, Б.1.В.ОД.19 Системы аналитических вычислений, Б.1.В.ДВ.1.1 Математические основы криптографии, Б.1.В.ДВ.1.2 Теория нечетких множеств, Б.1.В.ДВ.2.1 Теория кодирования, Б.1.В.ДВ.2.2 Интеллектуальный анализ данных и машинное обучение, Б.1.В.ДВ.4.2 Теория принятия решений*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: теоретический материал теории чисел Уметь: применять методы теории чисел при решении прикладных задач Владеть: математическими методами решения задач теории чисел	ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями
Знать: теоретический материал линейной алгебры Уметь: применять математические методы линейной алгебры при решении прикладных задач Владеть: математическими методами решения задач линейной алгебры	ПК-2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	1 семестр	2 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108	216
Контактная работа:	68,25	51,25	119,5
Лекции (Л)	34	34	68
Практические занятия (ПЗ)	34	16	50
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуальной домашней работы (ИДР); - проверочные работы; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю .	39,75	56,75	96,5
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	зачет	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные алгебраические структуры	8	2	2		4
2	Поле комплексных чисел	12	4	4		4
3	Кольцо многочленов	12	4	4		4
4	Матрицы и определители	16	6	6		4
5	Системы линейных уравнений	16	6	6		4
6	Линейное пространство.	10	4	2		4
7	Линейные операторы в линейном пространстве	12	4	4		4
8	Евклидово пространство	10	2	2		6
9	Квадратичные формы	12	2	4		6
	Итого:	108	34	34		40

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
10	Теория делимости	12	4	2	0	6
11	Важнейшие функции в теории чисел	12	4	0	0	8

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
12	Сравнения	16	6	4	0	6
13	Сравнения с одним неизвестным	16	6	4	0	6
14	Сравнения второй степени	18	6	4	0	8
15	Первообразные корни и индексы	14	4	2	0	8
16	Приложение теории сравнений	10	2	0	0	8
17	Приложение теории чисел к криптографии	10	2	0	0	8
	Итого:	108	34	16	0	58
	Всего:	216	68	50	0	98

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела
1	Основные алгебраические структуры	Множества. Числовые множества. Понятие алгебраической операции, группы, кольца, поля. Подгруппа, подкольцо, подполе.
2	Поле комплексных чисел	Понятие комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведения в степень и извлечение корней из комплексных чисел.
3	Кольцо многочленов	Многочлены: основные понятия, делимость, свойства корней. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. НОК и НОД многочленов. Разложение рациональных дробей на простейшие.
4	Матрицы и определители	Матрицы. Виды матриц и операции над ними. Элементарные преобразования матриц, приведение к треугольному виду, транспонирование матриц; их свойства. Определители: формулы для вычисления определителей 1,2,3 порядков. Свойства определителей. Дополнительный минор и алгебраические дополнения для элемента определителя, их свойства. Обратная матрица: определение, свойства, вывод формулы для вычисления. Матричные уравнения. Ранг матрицы, базисный минор. Различные теоремы о рангах.
5	Системы линейных уравнений	Системы m линейных уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация, метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера - Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

6	Линейное пространство.	Линейное пространство: определение, примеры линейных пространств. Понятие линейной зависимости независимости системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Линейное подпространство.
7	Линейные операторы в линейном пространстве	Линейные операторы в линейных пространствах: определение, матрица, критерий невырожденности, инвариантность определителя матрицы линейного преобразования, формула для связи матриц одного и того же линейного преобразования в двух различных базисах одного и того же конечномерного линейного пространства. Достаточные условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду; понятие о жордановой нормальной форме. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного оператора. Существование базиса из собственных векторов
8	Евклидово пространство	Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грамма скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы.
9	Квадратичные формы	Линейные и билинейные формы: определение и свойства. Квадратичные формы: определение, свойства. Приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду. Закона инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
10	Теория делимости	Основные понятия и теоремы. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Простые числа. Единственность разложения на простые сомножители. Непрерывные дроби и их связь с алгоритмом Евклида.
11	Важнейшие функции в теории чисел	Функции $[x]$ и $\{x\}$. Мультипликативные функции. Число делителей и сумма делителей. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера.
12	Сравнения	Основные понятия. Свойства сравнений. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.
13	Сравнения с одним неизвестным	Основные понятия. Сравнения первой степени. Система сравнений первой степени. Сравнений любой степени по простому модулю. Сравнения любой степени по составному модулю.
14	Сравнения второй степени	Общие теоремы. Символ Лежандра. Символ Якоби. Случай составного модуля.
15	Первообразные корни и индексы	Показатель числа по модулю, свойства показателя. Первообразные корни. Существование первообразных корней по

		простому модулю. Индексы и их свойства
16	Приложение теории сравнений	Системы счисления, арифметические операции над числами в заданной системе счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Признаки делимости. Признак Паскаля. Десятичные дроби. Конечные, чистые периодические и смешанные периодические десятичные дроби.
17	Приложение теории чисел к криптографии	Криптосистема без передачи ключей. Криптосистема с открытым ключом. Надежность системы.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Множества. Числовые множества. Понятие алгебраической операции, группы, кольца, поля. Подгруппа, подкольцо, подполе.	2
2	2	Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведения в степень и извлечение квадратного корня из комплексного числа.	2
3	2	Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведения в степень и извлечение корней из комплексных чисел.	2
4	3	Многочлены. Теорема Безу. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.	2
5	3	НОК и НОД многочленов. Разложение рациональных дробей на простейшие.	2
6	4	Виды матриц и операции над ними. Элементарные преобразования матриц, приведение к треугольному виду, транспонирование матриц..	2
7	4	Вычисление определителей	2
8	4	Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения. Ранг матрицы, базисный минор.	2
9	5	Системы m линейных уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация, метод Гаусса.	2
10	5	Формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем.	2
11	5	Теорема Кронекера - Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.	2
12	6	Линейная зависимость, независимость системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому.	2
13	7	Формула для связи матриц одного и того же линейного	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		преобразования в двух различных базисах одного и того же конечномерного линейного пространства. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.	
14	7	Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного оператора. Существование базиса из собственных векторов	2
15	8	Евклидово пространство. Процесс ортогонализации. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.	2
16	8	Приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду	2
17	9	Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.	2
18	10	Делимость целых чисел, свойства делимости. Частное и остаток. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида	2
19	12	Основные понятия. Свойства сравнений. Полная система вычетов.	2
20	12	Приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.	2
21	13	Сравнения первой степени. Система сравнений первой степени.	2
22	13	Сравнений любой степени по простому модулю. Сравнения любой степени по составному модулю.	2
23	14	Сравнения второй степени. Символ Лежандра. Символ Якоби.	2
24	14	Сравнения второй степени. Случай составного модуля.	2
25	15	Первообразные корни по модулям p^a в $2p^a$. Индексы по модулям p^a в $2p^a$	2
		Итого:	50

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

- 1. Алферова, З.В.** Алгебра и теория чисел. Учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - М. : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645>
- 2. Кострикин, А.И.** Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140
- 3. Молчанов, В. А.** Алгебра и теория чисел [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. А. Молчанов; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2009. - 194 с. - Библиогр.: с. 189.

4. Сикорская, Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии / Г.А. Сикорская; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. Гос. бюджет. Образоват. Учреждение высш. Образования «Оренбург. гос. бюджет. Образоват. Учреждение высш. Образования «Оренбург. гос. ун-т».- Электрон. Тестовые дан. (1 файл: 43148 Кб). – Оренбург : ОГУ, 2017.-304 с. – Загл. С тит. Экрана. – Adobe Acrobat Reader 6.0 – ISBN 978-5-7410-1943-6.

5.2 Дополнительная литература

- 1. Виноградов, И.М.** Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – М.: Наука, 1981.
- 2. Виноградов, И.М. Кострикин, А.И.** Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144
- 3. Ильин, В.А.** Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4 ; То же [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974
- 4. Проскуряков, И. В.** Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков. - 9-е изд. - М. : Бином, 2005. - 383 с. - (Классический университетский учебник) - ISBN 5-94774-209-8.

5.3 Периодические издания

1. Алгебра и анализ: журнал.-М.:Агенство"Роспечать".
2. Дискретная математика: журнал. - М.: Агенство "Роспечать".
3. Алгебра и логика: журнал. - М.: Агенство "Роспечать".
4. Математика: реферативный журнал. - М.: Агенство "Роспечать".

5.4 Интернет-ресурсы

<https://openedu.ru/course/> - «Открытое образование», Каталог курсов, MOOK: «Высшая математика. I семестр», « Линейная алгебра», « Диофантовы уравнения»;
<https://universarium.org/catalog> - «Универсариум», Курсы, MOOK: «Теория чисел»;
<https://www.lektorium.tv/mooc> - «Лекториум», MOOK: «Теория сравнений».

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Бесплатная, кроссплатформенная динамическая математическая программа для всех уровней образования, включающая в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику, в одном удобном для использования ; наименование ПО - пакете GeoGebra; разработчик Маркус Хохенвартер; сайт - <http://www.geogebra.org/download>; Условия распространения, тип лицензия - "GeoGebra Non-Commercial License Agreement" и частично GPL, CC-BY-NC-SAGPL

Интегрированная система решения математических, инженерно-технических и научных задач PTC MathCAD 14.0 – English

Приложение для выполнения математических вычислений Wolfram Mathematica for the Classroom Educational Bundled

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

1. Сикорская, Г.А. Готовимся к зачету по алгебре и геометрии [Текст]: учеб. пособие для вузов / Г. А. Сикорская, Г. Н. Локтионова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ГОУ ОГУ, 2008. - 204 с. - Библиогр.: с. 200. - Прил.: с. 201-203. - ISBN 978-5-7410-0706-8. Стр. 5-67,92-156,179-199 (материал к индивидуальной домашней работе №1).

2. Сикорская, Г.А. Алгебра и теория чисел. Индивидуальная домашняя работа №2: методические указания / Г.А. Сикорская; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2017. - 29 с.