Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Оренбургский государственный университет»**

Кафедра прикладной математики

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

*«Б.1.В.ОД.9 Теория оптимального управления»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
*01.03.02 Прикладная математика и информатика*
(код и наименование направления подготовки)

*Общий профиль*
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы
*Программа академического бакалавриата*

Квалификация
*Бакалавр*

Форма обучения
*Очная*

Год набора 2018

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
*наименование кафедры*

протокол № 6 от "24" января 2018 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
*наименование кафедры* *подпись* *расшифровка подписи*

*Исполнители:*
Зав. кафедры, профессор _____ И.П. Болодурина
*должность* *подпись* *расшифровка подписи*

_____ _____ _____
*должность* *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика _____ И.П. Болодурина
*код направления* *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки
_____ И.Н. Гринай
*личная подпись* *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
_____
*личная подпись* *расшифровка подписи*

№ регистрации 62349

© Болодурина И.П., 2018
© ОГУ, 2018

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины: рассмотрение общих принципов построения необходимых и достаточных условий оптимальности, овладение навыками их применения к исследованию задач оптимального управления динамическими процессами непрерывной и дискретной природы, а также формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

**Задачи:**

- развитие представлений о современных проблемах прикладной математики и информатики и их связях с общими закономерностями теории оптимального управления;
- рассмотрение основных положений теории оптимального управления;
- освоение математических методов оптимального управления динамическими процессами;
- приобретение навыков построения приближенного оптимального решения и содержательной интерпретации результатов, полученных при управлении динамическими процессами.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.15 Дифференциальные уравнения, Б.1.Б.21 Методы оптимизации, Б.1.В.ОД.2 Элементы функционального анализа*

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.В.ДВ.6.1 Стохастические методы в управлении, Б.1.В.ДВ.7.1 Математическое моделирование социальных и экономических систем, Б.1.В.ДВ.7.2 Нелинейная динамика*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

| Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций | Формируемые компетенции |
|---|---|
| **Знать:** современные математические методы и программное обеспечение, позволяющие решать современные задачи оптимального управления.<br>**Уметь:** обработать собранную информацию с использованием информационных технологий; ориентироваться в многообразии методов теории оптимального управления в зависимости от условий и предметной области;<br>**Владеть:** навыками использования современных образовательных и информационных технологий для поиска и выбора методов оптимального управления в конкретных условиях | ОПК-2 способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии |
| **Знать:** основные задачи теории дифференциальных уравнений, базовые методы интегрирования дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, общую постановку и виды задач оптимизации, а также принципы построения и особенности организации программных комплексов оптимизации.<br>**Уметь:** интегрировать дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений, выбирать метод оптимизации, его параметры для поставленной задачи, применять информационные технологии в процессе моделирования и решения экстремальных задач.<br>**Владеть:** навыками разработки алгоритмических процедур и программных решений в области системного и прикладного | ОПК-3 способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, |

| Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций | Формируемые компетенции |
|---|---|
| программирования, математических, информационных и имитационных моделей для решения экстремальных задач различных типов. | прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям |
| **Знать:** основные методы и алгоритмы, изучаемые в теории оптимального управления.<br>**Уметь:** обрабатывать собранную информацию с использованием современных технологий, переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости постановку исходной проблемы своей профессиональной деятельности в задачу оптимального управления<br>**Владеть:** способностью использовать полученные знания и навыки оптимального управления различными процессами в профессиональной деятельности. | ПК-3 способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности |
| **Знать:**<br>основы целеполагания и теории принятия оптимальных решений в профессиональной деятельности.<br>**Уметь:**<br>работать со всеми видами информации, выбрать в зависимости от требуемых целей методы оптимального управления, которые используются в профессиональной и социальной деятельности<br>**Владеть:**<br>способностью разрабатывать оптимальные стратегии в организационно-управленческой сфере профессиональной деятельности | ПК-8 способностью приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности |

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часа).

| Вид работы | Трудоемкость, академических часов | | |
|---|---|---|---|
| | 6 семестр | 7 семестр | всего |
| **Общая трудоёмкость** | **144** | **108** | **252** |
| **Контактная работа:** | **58,25** | **68,5** | **126,75** |
| Лекции (Л) | 30 | 34 | 64 |
| Практические занятия (ПЗ) | 14 | 16 | 30 |
| Лабораторные работы (ЛР) | 14 | 16 | 30 |
| Консультации | | 1 | 1 |
| Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий | | 1 | 1 |
| Промежуточная аттестация (зачет, экзамен) | 0,25 | 0,5 | 0,75 |
| **Самостоятельная работа:**<br>*- выполнение курсовой работы (КР);*<br>- самостоятельное изучение разделов (Непрерывность функции Гамильтона на оптимальном управлении и траектории. Свойство производных функции Гамильтона. Метод проекции градиента. Задачи вариационного исчисления); | **85,75** | **39,5**<br>+ | **125,25** |

| Вид работы | Трудоемкость, академических часов | | |
|---|---|---|---|
| | 6 семестр | 7 семестр | всего |
| - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;<br>- подготовка к лабораторным занятиям;<br>- подготовка к практическим занятиям;<br>- подготовка к рубежному контролю. | | | |
| **Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)** | **зачет** | **экзамен** | |

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | всего | аудиторная работа | | | внеауд. работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | Постановка задач оптимального управления | 40 | 10 | 8 | 4 | 18 |
| 2 | Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления | 34 | 12 | 6 | - | 16 |
| 3 | Необходимые условия оптимальности в дискретных задачах оптимального управления | 26 | 4 | - | - | 22 |
| 4 | Численные алгоритмы решения задач оптимального управления | 44 | 4 | - | 10 | 30 |
| | Итого: | 144 | 30 | 14 | 14 | 86 |

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | всего | аудиторная работа | | | внеауд. работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 5 | Линейная задача оптимального быстродействия | 24 | 8 | 2 | 4 | 10 |
| 6 | Связь принципа максимума и вариационного исчисления | 16 | 6 | 2 | - | 8 |
| 7 | Общая задача оптимального управления | 30 | 12 | 8 | - | 10 |
| 8 | Оптимальное управление при решении практических задач | 38 | 8 | 4 | 12 | 14 |
| | Итого: | 108 | 34 | 16 | 16 | 42 |
| | Всего: | 252 | 64 | 30 | 30 | 128 |

### 4.2 Содержание разделов дисциплины

**Раздел 1 Постановка задач оптимального управления.**

Постановка задач оптимального управления: уравнения модели; виды функционалов качества (задачи Лагранжа, Больца, Майера, задачи быстродействия, стабилизации, с нефиксированным временем); виды ограничений на траекторию; программное управление; виды ограничений на управление. Общая постановка задач оптимального управления. Определение допустимого процесса, оптимального решения. Задача оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Разрывная задача оптимального управления.

**Раздел 2 Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления.**

Необходимые условия оптимальности для задачи со свободным правым концом и фиксированным временем. Необходимые условия оптимальности для задачи Больца. Алгоритм

построения оптимального управления в случае его существования и единственности. Принцип максимума Понтрягина для задачи Майера со свободным правом концом и заданным временем. Принцип максимума Понтрягина для задачи Больца. Краевая задача принципа максимума. Алгоритм построения оптимального управления. Недостаточность принципа максимума. Метод множителей Лагранжа для задачи оптимального управления. Принцип максимума для задач с произвольным временем окончания процесса управления. Принцип максимума для задач с изопериметрическими ограничениями Непрерывность функции Гамильтона на оптимальном управлении и траектории. Свойство производных функции Гамильтона.

**Раздел 3 Необходимые условия оптимальности в дискретных задачах оптимального управления.**

Дискретный принцип максимума. Метод множителей Лагранжа в дискретной задаче оптимального управления со смешанными ограничениями.

**Раздел 4 Численные алгоритмы решения задач оптимального управления.**

Методы основанные на необходимых условиях оптимальности: итерационный метод, метод проекции градиента. Учет граничных условий и фазовых ограничений в дискретной задаче оптимального управления методом штрафных функций.

**Раздел 5 Линейная задача оптимального быстродействия.**

Постановка линейной задачи оптимального управления. Условие общности положения. Теорема о конечном числе переключений в оптимальном управлении. Теорема о количестве переключений для линейной задачи быстродействия. Достаточные условия оптимальности в линейной задаче быстродействия. Условия существования оптимального управления в линейной задаче оптимального быстродействия.

**Раздел 6 Связь принципа максимума и вариационного исчисления.**

Задачи вариационного исчисления. Необходимое условие Эйлера для решения вариационного исчисления. Возможные формулировки условий теоремы Эйлера. Связь теоремы Эйлера вариационного исчисления и теоремы Понтрягина оптимального управления. Задача Больца в вариационном исчислении

**Раздел 7 Общая задача оптимального управления.**

Первые обобщения. Задачи Больца, Майера, Лагранжа. Задачи с фиксированным или свободным конечным временем. Фиксированное конечное время. Свободное время окончания процесса. Доказательство необходимых условий оптимальности. Управляемость и существование решения. Задача на бесконечном интервале: постановка задачи, необходимые условия оптимальности управления, замечание. Автономные задачи ОУ. Измененный Гамильтониан в задачах ОУ с дисконтирующим множителем.

**Раздел 8 Оптимальное управление при решении практических задач**

Модель регулирования трудовыми ресурсами. Классический пример Понтрягина с лодкой. Модель Рамсея. Модель оптимального потребления. Задача оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике.

**4.3 Лабораторные работы**

| № ЛР | № раздела | Наименование лабораторных работ | Кол-во часов |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | Программная реализация методов оценки параметров модели, | 2 |

| № ЛР | № раздела | Наименование лабораторных работ | Кол-во часов |
|---|---|---|---|
| | | описывающей динамику развития рекламной кампании. | |
| 2 | 1 | Решение задачи календарного планирования производства методом прямой прогонки. | 2 |
| 3 | 4 | Численные методы решения задач оптимального управления с закрепленным левым и свободным правым концом на основе необходимых условий оптимальности. Итерационный метод. | 4 |
| 4 | 4 | Программная реализация дискретного принципа максимума в задаче оптимального управления с ограничениями на управление. Метод проекций градиентов. | 6 |
| 5 | 5 | Программная реализация задачи быстродействия | 2 |
| 6 | 5 | Учет граничных условий и фазовых ограничений в задаче оптимального управления методом штрафных функций. | 2 |
| 7 | 8 | Нахождения оптимального процесса для реальных задач. | 12 |
| | | Итого: | 30 |

### 4.4 Практические занятия (семинары)

| № занятия | № раздела | Тема | Кол-во часов |
|---|---|---|---|
| 1-2 | 1 | Простейшая система «хищник-жертва». | 4 |
| 3 | 1 | Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта. | 2 |
| 4 | 1 | Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. | 2 |
| 5-7 | 2 | Нахождение оптимального программного управления на осно-ве необходимых условий оптимальности. | 6 |
| 8 | 5 | Линейная задача оптимального быстродействия. | 2 |
| 9 | 6 | Задача вариационного исчисления. | 2 |
| 10-13 | 7 | Применение принципа максимума к решению непрерывных и дискретных задач. | 8 |
| 14-15 | 8 | Решение задачи оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике. | 4 |
| | | Итого: | 30 |

### 4.5 Курсовая работа (7 семестр)

Целью курсового проектирования является моделирование реальных процессов и построение оптимальных режимов на основе методов теории оптимального управления, а также содержательная интерпретация полученных результатов.

Примерные темы курсовой работы:

1) Оптимальное управление процессом производства, хранения и реализации товаров;
2) Оптимизация процесса рыбной ловли;
3) Моделирование процесса распространения заболеваний;
4) Оптимальное управление трехотраслевой экономикой;
5) Оптимальная политика в области рекламной деятельности;
6) Оптимальное управление температурным режимом;
7) Управление процессом распространения заболеваний с помощью введения карантина;
8) Управление системой «хищник-жертва» с учетом внутривидовой конкуренции;
9) Моделирование процесса очистки воды от загрязнения органическими отходами.

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Андреева, Е. А. Вариационное исчисление и методы оптимизации [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева.- Изд. перераб. и доп. - Оренбург : ГОУ ОГУ ; Тверь : ТвГУ, 2004. - 575 с. - ISBN 5-7410-5412-5.

2. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 "Математические методы в экономике" / Б. А. Лагоша, Т. Г. Апалькова.- 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008. - 224 с. - ISBN 978-5-279-03183-2.

3. Андреева, Е. А. Математическое моделирование [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. - Тверь : ТвГУ, 2004. - 502 с.

### 5.2 Дополнительная литература

1. Осмоловский Н. П. Оптимальное управление [Электронный ресурс] / под ред. Н. П. Осмоловский, В. М. Тихомиров. – Москва: МЦНМО, 2008. – 320 с. – ISBN 978-5-94057-367-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270 .

2. Болодурина, И. П. Теория оптимального управления [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика / И. П. Болодурина [и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 2.20 Мб). - Оренбург: ОГУ, 2016. - 146 с. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/10770_20160608.pdf

### 5.3 Периодические издания

Информационно-измерительные и управляющие системы : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2018.

Информационные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2018.

Мехатроника, автоматизация, управление : журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2018.

### 5.4 Интернет-ресурсы

- «Differential Equations for Engineers» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе https://www.coursera.org / Разработчик курса: The Hong Kong University of Science and Technology режим доступа: https://www.coursera.org/learn/differential-equations-engineers?

### 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система Microsoft Windows

2. Open Office/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.

3. Web of Science [Электронный ресурс]: реферативная база данных / компания Clarivate Analytics. – Режим доступа: http://apps.webofknowledge.com/ в локальной сети ОГУ.

## 6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий используется лаборатория «*Наименование*» (при наличии), (компьютерный класс) оснащенная/ оснащенный (указывается конкретное оборудование и т.п.)

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.