

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра алгебры и дискретной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б.1.Б.14 Фундаментальная и компьютерная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки
(код и наименование направления подготовки)

Алгоритмы и приложения компьютерной математики
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2016

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

протокол № 7 от "17" февраля 2016г.

Заведующий кафедрой

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

подпись

О.А. Пихтилькова

расшифровка подписи

Исполнители:

доцент

должность

подпись

Носов В.В.

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: овладении методами как классической, так и современной прикладной алгебры, в приобретении навыков решения задач алгебраическими средствами.

Задачи:

- изучение основных разделов алгебры;
- формирование знаний, касающихся алгебраических систем, векторных пространств, многочленов над полями, компьютерной алгебры;
- овладение алгоритмами решения систем линейных уравнений, преобразования координат векторов, приведения квадратичных форм к заданному виду, решения задач на многочленах, решения систем сравнений и др.;
- умение использовать полученные знания для решения теоретических и практических задач.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: Б.1.Б.10 Физика, Б.1.Б.11 Численные методы, Б.1.Б.12 Теоретическая механика, Б.1.Б.20 Дифференциальная геометрия и топология, Б.1.Б.24 Компьютерная геометрия и графика, Б.1.В.ОД.3 Криптографические методы защиты информации, Б.1.В.ОД.5 Теория игр и исследование операций, Б.1.В.ОД.6 Теория конечных графов, Б.1.В.ОД.7 Теория кодирования, сжатия и восстановления информации, Б.1.В.ОД.8 Уравнения с частными производными, Б.1.В.ОД.11 Алгебраические системы, Б.1.В.ОД.12 Методы алгебраической геометрии в криптографии, Б.1.В.ОД.14 Теоретико-числовые методы в криптографии, Б.1.В.ДВ.2.1 Дискретный анализ, Б.1.В.ДВ.3.1 Криптографические свойства булевых функций, Б.1.В.ДВ.4.1 Актуальные проблемы фундаментальной и компьютерной алгебры, Б.1.В.ДВ.4.2 Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях, Б.1.В.ДВ.5.1 Криптографические протоколы, Б.1.В.ДВ.6.2 Основы криптоанализа, Б.1.В.ДВ.7.1 Теория псевдослучайных генераторов, Б.2.В.У.1 Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, Б.2.В.П.1 Преддипломная практика

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: содержание ключевых понятий и определений, используемых в теории и практике решения алгебраических задач Уметь: применять прикладное программное обеспечение для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании, Владеть: навыками пользования прикладного программного обеспечения для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании	ОПК-1 готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
	математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
Знать: принципы построения научного исследования в соответствующей области наук. Уметь: обосновать актуальность, новизну, теоретическую и практическую значимость собственного исследования, определять методологию исследования, уметь делать выводы из проведенного исследования и определять перспективы дальнейшей работы, анализировать собранный эмпирический материал и делать достоверные выводы, отстаивать собственную научную концепцию в дискуссии, выступать оппонентом и рецензентом по научным работам Владеть: навыками работы с источниками научной литературы, владеть логикой научного исследования, научным стилем изложения собственной концепции	ОПК-4 способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
Знать: методы теории групп, колец, полей, векторных пространств Уметь: сформулировать и доказать основные результаты изучаемых разделов, применять алгебраические методы Владеть: понятийным аппаратом алгебраической теории и прикладных задач	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
Знать: новые научные результаты, связанные с алгеброй Уметь: использовать современные методы для исследования и решения научных и практических задач; использовать новые знания и применять их в своей профессиональной деятельности Владеть: способностью проводить научные исследования и получать новые научные результаты	ПК-3 способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	216	216	108	540
Контактная работа:	85,25	85,25	52,5	223
Лекции (Л)	34	34	18	86
Практические занятия (ПЗ)	34	34	16	84

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	16	48
Консультации	1	1	1	3
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий			1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5	1
Самостоятельная работа: - выполнение курсовой работы (КР); - самостоятельное изучение разделов (перечислить); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	130,75	130,75	55,5 +	317
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	экзамен	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в алгебру	36	4	4	2	26
2	Матрицы и определители	44	8	8	4	24
3	Поле комплексных чисел	38	6	6	2	24
4	Общая теория систем линейных уравнений	48	8	8	4	28
5	Векторные пространства	50	8	8	4	30
	Итого:	216	34	34	16	132

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6	Основные алгебраические структуры	45	4	4	4	33
7	Основы теории групп	57	10	10	4	33
8	Основы теории колец	57	10	10	4	33
9	Кольцо целых чисел	57	10	10	4	33
	Итого:	216	34	34	16	132

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
10	Кольцо многочленов от одной переменной	28	10	8		10

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
11	Кольцо многочленов от нескольких переменных	24	6	8		10
12	Введение в компьютерную алгебру	10	2			8
13	Система компьютерной алгебры GAP	46			16	30
	Итого:	108	18	16	16	58
	Всего:	540	86	84	48	322

4.2 Содержание разделов дисциплины

1. Введение в алгебру

Понятие алгебраической операции. Свойства алгебраических операций. Отображения и их виды: инъективные, сюръективные и биективные. Перестановки и их свойства.

2. Матрицы и определители

Матрицы. Размеры матриц, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Нахождение обратной матрицы. Вычисление определителей по правилу Саррюса, разложением по строке и столбцу, с помощью элементарных преобразований.

3. Поле комплексных чисел

Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Свойства комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

4. Общая теория систем линейных уравнений

Система m линейных уравнений с n неизвестными. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений и их свойства. Критерий совместности. Общее решение системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

5. Векторные пространства

Понятие векторного пространства и его свойства. Линейная зависимость и независимость системы векторов, базис пространства. Скалярное произведение и его свойства. Линейные операторы. Матрица линейного оператора, характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

6. Основные алгебраические структуры

Группоиды и их свойства. Гомоморфизм группоидов

7. Основы теории групп

Группы. Основные свойства групп. Изоморфизмы групп. Подгруппы, нормальные подгруппы. Фактор-группы.

8. Основы теории колец

Кольца. Виды колец. Свойства колец. Изоморфизмы колец. Идеалы, фактор-кольца. Поля.

9. Кольцо целых чисел

Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Эвклида. Простые числа. Каноническое разложение числа на простые сомножители. Идеалы и сравнения. Свойства сравнений. Цепные дроби, подходящие дроби.

10. Кольцо многочленов от одной переменной

Одночлен, многочлен. Операции над многочленами. Свойства операций над многочленами. Корни многочлена. Теорема Виета. Разложение многочлена в произведение неприводимых над данным полем многочленов. Основная теорема алгебры.

11. Кольцо многочленов от нескольких переменных

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены. Представление симметрического многочлена в форме многочлена от элементарных симметрических многочленов.

12. Введение в компьютерную алгебру

Компьютерная алгебра (КА) как наука, ее отличительные особенности. Системы компьютерной алгебры (обзор). Представление данных в системах КА: представление целых чисел, дробей, вещественных чисел, представление полиномов. Возможности оптимизации вычислительных операций. Представление рациональных, алгебраических, трансцендентных функций. Представление матриц. Представление рядов.

13. Система компьютерной алгебры GAP

Основы работы с системой GAP в MS Windows. Списки. Целые числа. Линейные программы. Векторы и матрицы. Ветвящиеся программы. Многочлены. Циклические программы (цикл FOR). Бинарные отношения. Циклические программы (цикл WHILE). Подстановки. Циклические программы (цикл REPEAT). Группы подстановок. Изучение свойств элементов группы. Изучение свойств подгрупп группы. Работа с библиотекой конечных групп.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	1	Введение в алгебру	2
2	2	Матрицы и определители	4
3	3	Поле комплексных чисел	2
4	4	Общая теория систем линейных уравнений	4
5	5	Векторные пространства	4
6	6	Основные алгебраические структуры	4
7	7	Основы теории групп	4
8	8	Основы теории колец	4
9	9	Кольцо целых чисел	4
10	13	Система компьютерной алгебры GAP	16
		Итого:	48

4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1,2	1	Введение в алгебру	4
3,4,5,6	2	Матрицы и определители	8
7,8,9	3	Поле комплексных чисел	6
10,11,12,13	4	Общая теория систем линейных уравнений	8
14,15,16,17	5	Векторные пространства	8
18,19	6	Основные алгебраические структуры	4
20,21,22,23,24	7	Основы теории групп	10
25,26,27,28,29	8	Основы теории колец	10
30,31,32,33,34	9	Кольцо целых чисел	10
35,36,37,38	10	Кольцо многочленов от одной переменной	8
39,40,41,42	11	Кольцо многочленов от нескольких переменных	8
		Итого:	84

4.5 Курсовая работа (3 семестр)

1. Определители и перманенты.
2. Группы 16-го порядка.
3. Порождающие множества и определяющие соотношения в группах.
4. Матрицы. Матричный анализ.
5. Теория определителей.
6. Алгебраические комплексы, их гомологии. Точные последовательности. Лемма о пяти гомоморфизмах.
7. Модули.
8. Уравнение Пелля.
9. Решение систем линейных уравнений в целых числах.
10. Алгебры Ли. Когомологии алгебры Ли.
11. Рациональные и эллиптические кривые.
12. Линейные представления конечных групп.
13. Подстановочные представления конечных групп.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>
3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

5.2 Дополнительная литература

Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикина. - Москва : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

5.3 Периодические издания

нет

5.4 Интернет-ресурсы

<https://openedu.ru/> - «Открытое образование», Каталог курсов, «Линейная алгебра»;
<https://openedu.ru/> - «Открытое образование», Каталог курсов, «Высшая математика. Алгебра: введение в теорию групп»;
<https://openedu.ru/> - «Открытое образование», Каталог курсов, «Геометрия и группы»;

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Компьютерный класс с программным обеспечением: MS Windows; Libre Office; свободно распространяемая на условиях GNU GPL система компьютерной алгебры GAP, режим доступа: <http://gap-system.org/>

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный персональными компьютерами с установленным программным обеспечением, указанным в п.5.5.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой, подключённой к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.