

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра алгебры и дискретной математики

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

### **ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Б.1.Б.14 Фундаментальная и компьютерная алгебра»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки  
(код и наименование направления подготовки)

Алгоритмы и приложения компьютерной математики  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2017

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

протокол № 7 от "21" февраля 2017г.

Заведующий кафедрой

Кафедра алгебры и дискретной математики

наименование кафедры

подпись

О.А. Пихтилькова

расшифровка подписи

Исполнители:

д.с.у.с.

должность

[подпись]

подпись

Носов В.В.

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код наименование

личная подпись

О.А. Пихтилькова

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Грицай

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины: овладении методами как классической, так и современной прикладной алгебры, в приобретении навыков решения задач алгебраическими средствами.

### **Задачи:**

- изучение основных разделов алгебры;
- формирование знаний, касающихся алгебраических систем, векторных пространств, многочленов над полями, компьютерной алгебры;
- овладение алгоритмами решения систем линейных уравнений, преобразования координат векторов, приведения квадратичных форм к заданному виду, решения задач на многочленах, решения систем сравнений и др.;
- умение использовать полученные знания для решения теоретических и практических задач.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: Б.1.Б.10 Физика, Б.1.Б.11 Численные методы, Б.1.Б.12 Теоретическая механика, Б.1.Б.20 Дифференциальная геометрия и топология, Б.1.Б.24 Компьютерная геометрия и графика, Б.1.В.ОД.3 Криптографические методы защиты информации, Б.1.В.ОД.5 Теория игр и исследование операций, Б.1.В.ОД.6 Теория конечных графов, Б.1.В.ОД.7 Теория кодирования, сжатия и восстановления информации, Б.1.В.ОД.8 Уравнения с частными производными, Б.1.В.ОД.11 Алгебраические системы, Б.1.В.ОД.12 Методы алгебраической геометрии в криптографии, Б.1.В.ОД.14 Теоретико-числовые методы в криптографии, Б.1.В.ДВ.2.1 Дискретный анализ, Б.1.В.ДВ.3.1 Криптографические свойства булевых функций, Б.1.В.ДВ.4.1 Актуальные проблемы фундаментальной и компьютерной алгебры, Б.1.В.ДВ.4.2 Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях, Б.1.В.ДВ.5.1 Криптографические протоколы, Б.1.В.ДВ.6.2 Основы криптоанализа, Б.1.В.ДВ.7.1 Теория псевдослучайных генераторов, Б.2.В.У.1 Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, Б.2.В.П.1 Преддипломная практика

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b> содержание ключевых понятий и определений, используемых в теории и практике решения алгебраических задач</p> <p><b>Уметь:</b> применять прикладное программное обеспечение для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании,</p> <p><b>Владеть:</b> навыками пользования прикладного программного обеспечения для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании</p>	ОПК-1 готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
	математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
<p><b>Знать:</b> принципы построения научного исследования в соответствующей области наук.</p> <p><b>Уметь:</b> обосновать актуальность, новизну, теоретическую и практическую значимость собственного исследования, определять методологию исследования, уметь делать выводы из проведенного исследования и определять перспективы дальнейшей работы, анализировать собранный эмпирический материал и делать достоверные выводы, отстаивать собственную научную концепцию в дискуссии, выступать оппонентом и рецензентом по научным работам</p> <p><b>Владеть:</b> навыками работы с источниками научной литературе, владеть логикой научного исследования, научным стилем изложения собственной концепции</p>	ОПК-4 способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
<p><b>Знать:</b> методы теории групп, колец, полей, векторных пространств</p> <p><b>Уметь:</b> сформулировать и доказать основные результаты изучаемых разделов, применять алгебраические методы</p> <p><b>Владеть:</b> понятийным аппаратом алгебраической теории и прикладных задачах</p>	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
<p><b>Знать:</b> новые научные результаты, связанные с алгеброй</p> <p><b>Уметь:</b> использовать современные методы для исследования и решения научных и практических задач; использовать новые знания и применять их в своей профессиональной деятельности</p> <p><b>Владеть:</b> способностью проводить научные исследования и получать новые научные результаты</p>	ПК-3 способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>216</b>	<b>216</b>	<b>108</b>	<b>540</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>85,25</b>	<b>85,25</b>	<b>52,5</b>	<b>223</b>
Лекции (Л)	34	34	18	86
Практические занятия (ПЗ)	34	34	16	84

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	16	48
Консультации	1	1	1	3
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий			1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5	1
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение курсовой работы (КР); - самостоятельное изучение разделов (перечислить); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	<b>130,75</b>	<b>130,75</b>	<b>55,5</b> +	<b>317</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в алгебру	36	4	4	2	26
2	Матрицы и определители	44	8	8	4	24
3	Поле комплексных чисел	38	6	6	2	24
4	Общая теория систем линейных уравнений	48	8	8	4	28
5	Векторные пространства	50	8	8	4	30
	Итого:	216	34	34	16	132

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6	Основные алгебраические структуры	45	4	4	4	33
7	Основы теории групп	57	10	10	4	33
8	Основы теории колец	57	10	10	4	33
9	Кольцо целых чисел	57	10	10	4	33
	Итого:	216	34	34	16	132

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
10	Кольцо многочленов от одной переменной	28	10	8		10

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
11	Кольцо многочленов от нескольких переменных	24	6	8		10
12	Введение в компьютерную алгебру	10	2			8
13	Система компьютерной алгебры GAP	46			16	30
	Итого:	108	18	16	16	58
	Всего:	540	86	84	48	322

## 4.2 Содержание разделов дисциплины

### 1. Введение в алгебру

Понятие алгебраической операции. Свойства алгебраических операций. Отображения и их виды: инъективные, сюръективные и биективные. Перестановки и их свойства.

### 2. Матрицы и определители

Матрицы. Размеры матриц, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Нахождение обратной матрицы. Вычисление определителей по правилу Саррюса, разложением по строке и столбцу, с помощью элементарных преобразований.

### 3. Поле комплексных чисел

Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Свойства комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

### 4. Общая теория систем линейных уравнений

Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решения систем линейных уравнений и их свойства. Критерий совместности. Общее решение системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

### 5. Векторные пространства

Понятие векторного пространства и его свойства. Линейная зависимость и независимость системы векторов, базис пространства. Скалярное произведение и его свойства. Линейные операторы. Матрица линейного оператора, характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

### 6. Основные алгебраические структуры

Группоиды и их свойства. Гомоморфизм группоидов

### 7. Основы теории групп

Группы. Основные свойства групп. Изоморфизмы групп. Подгруппы, нормальные подгруппы. Фактор-группы.

### 8. Основы теории колец

Кольца. Виды колец. Свойства колец. Изоморфизмы колец. Идеалы, фактор-кольца. Поля.

### 9. Кольцо целых чисел

Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Эвклида. Простые числа. Каноническое разложение числа на простые сомножители. Идеалы и сравнения. Свойства сравнений. Цепные дроби, подходящие дроби.

### 10. Кольцо многочленов от одной переменной

Одночлен, многочлен. Операции над многочленами. Свойства операций над многочленами. Корни многочлена. Теорема Виета. Разложение многочлена в произведение неприводимых над данным полем многочленов. Основная теорема алгебры.

### 11. Кольцо многочленов от нескольких переменных

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены. Представление симметрического многочлена в форме многочлена от элементарных симметрических многочленов.

### 12. Введение в компьютерную алгебру

Компьютерная алгебра (КА) как наука, ее отличительные особенности. Системы компьютерной алгебры (обзор). Представление данных в системах КА: представление целых чисел, дробей, вещественных чисел, представление полиномов. Возможности оптимизации вычислительных операций. Представление рациональных, алгебраических, трансцендентных функций. Представление матриц. Представление рядов.

### 13. Система компьютерной алгебры GAP

Основы работы с системой GAP в MS Windows. Списки. Целые числа. Линейные программы. Векторы и матрицы. Ветвящиеся программы. Многочлены. Циклические программы (цикл FOR). Бинарные отношения. Циклические программы (цикл WHILE). Подстановки. Циклические программы (цикл REPEAT). Группы подстановок. Изучение свойств элементов группы. Изучение свойств подгрупп группы. Работа с библиотекой конечных групп.

### 4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	1	Введение в алгебру	2
2	2	Матрицы и определители	4
3	3	Поле комплексных чисел	2
4	4	Общая теория систем линейных уравнений	4
5	5	Векторные пространства	4
6	6	Основные алгебраические структуры	4
7	7	Основы теории групп	4
8	8	Основы теории колец	4
9	9	Кольцо целых чисел	4
10	13	Система компьютерной алгебры GAP	16
		Итого:	48

### 4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1,2	1	Введение в алгебру	4
3,4,5,6	2	Матрицы и определители	8
7,8,9	3	Поле комплексных чисел	6
10,11,12,13	4	Общая теория систем линейных уравнений	8
14,15,16,17	5	Векторные пространства	8
18,19	6	Основные алгебраические структуры	4
20,21,22,23,24	7	Основы теории групп	10
25,26,27,28,29	8	Основы теории колец	10
30,31,32,33,34	9	Кольцо целых чисел	10
35,36,37,38	10	Кольцо многочленов от одной переменной	8
39,40,41,42	11	Кольцо многочленов от нескольких переменных	8
		Итого:	84

## 4.5 Курсовая работа (3 семестр)

1. Определители и перманенты.
2. Группы 16-го порядка.
3. Порождающие множества и определяющие соотношения в группах.
4. Матрицы. Матричный анализ.
5. Теория определителей.
6. Алгебраические комплексы, их гомологии. Точные последовательности. Лемма о пяти гомоморфизмах.
7. Модули.
8. Уравнение Пелля.
9. Решение систем линейных уравнений в целых числах.
10. Алгебры Ли. Когомологии алгебры Ли.
11. Рациональные и эллиптические кривые.
12. Линейные представления конечных групп.
13. Подстановочные представления конечных групп.

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>
3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

### 5.2 Дополнительная литература

- Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикина. - Москва : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

### 5.3 Периодические издания

нет

### 5.4 Интернет-ресурсы

- <https://openedu.ru/> - «Открытое образование», Каталог курсов, «Линейная алгебра»;  
<https://openedu.ru/> - «Открытое образование», Каталог курсов, «Высшая математика. Алгебра: введение в теорию групп»;  
<https://openedu.ru/> - «Открытое образование», Каталог курсов, «Геометрия и группы»;

## **5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

Компьютерный класс с программным обеспечением: MS Windows; Libre Office; свободно распространяемая на условиях GNU GPL система компьютерной алгебры GAP, режим доступа: <http://gap-system.org/>

## **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный персональными компьютерами с установленным программным обеспечением, указанным в п.5.5.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой, подключённой к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

### ***К рабочей программе прилагаются:***

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.