

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ДИСЦИПЛИНЫ**

«Б1.Д.Б.12 Математический анализ»

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

01.03.04 Прикладная математика  
(код и наименование направления подготовки)

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2019

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики

*наименование кафедры*

протокол № 6 от "6" февраля 2019г.

Заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики

*наименование кафедры*

  
*подпись*

И.П. Болодурина

*расшифровка подписи*

*Исполнители:*

профессор кафедры прикладной механики

*должность*

  
*подпись*

Ю.Г. Ползунов

*расшифровка подписи*

*должность*

*подпись*

*расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

01.03.04 Прикладная математика

*код направления*

  
*подпись*

А.Г. Реннер

*расшифровка подписи*

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

*должность*

  
*подпись*

Н.Н. Грицай

*расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета

*должность*

  
*подпись*

И.В. Крючкова

*расшифровка подписи*

№ регистрации 94559

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины:

Получение студентами фундаментальных знаний по математическому анализу, необходимых при использовании их в профессиональной деятельности.

**Задачи:**

- изучение основных определений, теорем и методов математического анализа;
- формирование умений в области практического применения методов математического анализа;
- приобретение практического опыта применения математических методов в профессиональной деятельности.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.13 Линейная алгебра и аналитическая геометрия*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.13 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б1.Д.Б.14 Дискретная математика и математическая логика, Б1.Д.Б.15 Теория функций комплексного переменного, Б1.Д.Б.17 Дифференциальные и разностные уравнения, Б1.Д.Б.18 Математические методы и модели исследования операций, Б1.Д.Б.19 Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов, Б1.Д.Б.20 Физика, Б1.Д.Б.21 Анализ данных, Б1.Д.Б.22 Численные методы, Б1.Д.Б.24 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б1.Д.Б.29 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения, Б1.Д.В.7 Моделирование эколого-экономических систем, Б1.Д.В.11.1 Эконометрика, Б1.Д.В.Э.2.1 Основы теории нечетких множеств и нейросетевые модели*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1-В-1 Применяет знания из различных разделов фундаментальной математики (алгебры, линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, теории функции комплексного переменного, дискретной математики и математической логики)	<b>Знать:</b> основные фундаментальные знания в области математического анализа <b>Уметь:</b> Применять знания математического анализа для решения задач в области естественных задач <b>Владеть:</b> навыками применения теоретических и практических знаний в

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		области естественных наук
ОПК-3 Способен использовать и развивать методы математического моделирования и применять аналитические и научные пакеты прикладных программ	ОПК-3-В-1 Применяет методы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики и математической логики, теории функции комплексного переменного, дифференциальных и разностных уравнений для математического моделирования процессов и систем	<b><u>Знать:</u></b> основные понятия, определения и методы математического анализа <b><u>Уметь:</u></b> применять методы математического анализа для реализации математических моделей <b><u>Владеть:</u></b> основными методами математического анализа анализа для реализации математических моделей

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>216</b>	<b>180</b>	<b>144</b>	<b>540</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>69,25</b>	<b>69,25</b>	<b>69,25</b>	<b>207,75</b>
Лекции (Л)	34	34	34	102
Практические занятия (ПЗ)	34	34	34	102
Консультации	1	1	1	3
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75
<b>Самостоятельная работа:</b> <i>- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;</i> <i>- подготовка к практическим занятиям;</i> <i>- подготовка к рубежному контролю и т.п.)</i>	<b>146,75</b>	<b>110,75</b>	<b>74,75</b>	<b>332,25</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в анализ	46	8	8		30
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	46	8	8		30
3	Неопределенный интеграл	46	8	8		30
4	Определенный интеграл	42	6	6		30
5	Несобственный интеграл	36	4	4		28
	Итого:	216	34	34		148

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	44	10	10		24
7	Интегралы, зависящие от параметра	30	4	4		22
8	Многомерные интегралы	38	8	8		22
9	Числовые ряды	30	4	4		22
10	Функциональные ряды	38	8	8		22
	Итого:	180	34	34		112

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
11	Ряды Фурье	39	10	10		19
12	Криволинейные и поверхностные интегралы	35	8	8		19
13	Элементы векторного анализа	33	6	8		19
14	Элементы функционального анализа	37	10	8		19
	Итого:	144	34	34		76
	Всего:	576	102	102		336

#### 4.2 Содержание разделов дисциплины

**1 Введение в анализ.** Множества. Операции над множествами и их свойства. Отображения и функции. Эквивалентные множества. Счетные и несчетные множества. Множества мощности континуума. Вещественные числа и их свойства. Точные грани числового множества. Числовые последо-

вательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Предел последовательности. Свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число  $e$ . Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши для сходимости последовательности. Понятие предела функции. Свойство монотонности предела функции. Критерий Коши существования предела функции. Предел сложной функции. Порядок бесконечно малой функции. Непрерывность функции в точке. Свойства функций непрерывных в точке. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Функции непрерывные на множестве. Критерий непрерывности монотонной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Общие свойства функций непрерывных на отрезке (об обращении функции в нуль, о промежуточном значении функции, об ограниченности непрерывной функции, о достижении непрерывной функции точной верхней и нижней граней). Понятие равномерной непрерывности. Теорема Гейне-Кантора о равномерной непрерывности.

**2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной.** Приращение функции. Дифференциал и производная функции. Геометрический смысл производной. Механическая интерпретация производной. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Основные формулы дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница для нахождения  $n$ -ой производной от произведения функции  $u$  и  $v$ . Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Лагранжа, Коши, Ферма). Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора. Разложение по формуле Тейлора функций  $e^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\alpha(1+x)$ . Исследование функции. Возрастание и убывание функции. Экстремальные точки. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Построение графиков.

**3 Неопределенный интеграл.** Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование по частям и подстановкой. Интегрирование простейших рациональных дробей. Разложение рациональной дроби на простейшие и их интегрирование.

**4 Определенный интеграл.** Определение интегрируемости функции по Риману и интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману. Суммы Дарбу, их свойства. Лемма Дарбу. Критерии интегрируемости функции по Риману. Классы функций, интегрируемых по Риману. Основные свойства интеграла. Теоремы о среднем значении. Определение интеграла Римана с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость как функции верхнего предела. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление интеграла заменой переменной и по частям.

**5 Несобственные интегралы.** Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Критерий Коши и достаточные условия сходимости несобственных интегралов. Признаки Абеля и Дирихле.

**6 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.** Определение функции нескольких переменных. Понятие вектор-функции. Непрерывность в точке  $x_0 \in R$ , непрерывность в точке  $x_0$  по переменной  $x_s$ , непрерывность функции в точке  $x_0$  по направлению  $l$ . Теорема о непрерывности отображения. Непрерывность сложной функции. Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент и его свойства. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Приложение формулы Тейлора: локальный экстремум функции нескольких переменных. Неявные функции. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Системы неявных функций. Условный экстремум функции нескольких переменных.

**7 Интегралы, зависящие от параметра.** Собственные параметрические интегралы и их непрерывность. Дифференцирование и интегрирование собственных параметрических интегралов. Равномерная сходимость несобственных параметрических интегралов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных параметрических интегралов. Интегралы Эйлера первого и второго рода (бета- и гамма- функции).

**8 Многомерные интегралы.** Двойной интеграл. Его свойства. Двукратный интеграл и его связь с двойным. Двойной интеграл в полярных координатах. Общий случай замены переменных в  $n$ -кратном интеграле. Тройной интеграл, его свойства и вычисление. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

**9 Числовые ряды.** Понятие ряда и его суммы. Основные свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости (сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный признаки сходимости). Абсолютная и условная сходимость рядов. Ряды Лейбница. Перестановка членов ряда. Арифметические операции над сходящимися рядами.

**10 Функциональные ряды.** Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Теоремы о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда и о почленном интегрировании и дифференцировании. Степенные ряды. Их равномерная сходимость. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление функций, интегралов с помощью рядов.

**11 Ряды Фурье.** Ортогональная система функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя. Замкнутость тригонометрической системы функций. Тригонометрический ряд Фурье. Интегральное представление его частичной суммы. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Простейшие свойства тригонометрических рядов. Принцип локализации Римана. Преобразование Фурье. Интеграл Фурье.

**12 Криволинейные и поверхностные интегралы.** Криволинейные интегралы 1-ого и 2-ого рода. Свойства криволинейных интегралов. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Поверхностные интегралы. Формула Стокса. Формула Гаусса-Остроградского.

**13 Элементы векторного анализа.** Векторное поле. Дифференциальные уравнения векторных линий. Поток векторного поля. Способы вычисления потока. Поток вектора через замкнутую поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля. Соленоидальное поле. Линейный интеграл в векторном поле. Циркуляция векторного поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Теорема Стокса. Независимость линейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина. Потенциальное поле. Признаки потенциального поля. Вычисление линейного интеграла в потенциальном поле.

**14 Элементы функционального анализа.** Измеримые множества. Измеримые функции, их свойства. Интеграл Лебега. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Обобщенные ряды Фурье.

#### 4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Множества. Операции над множествами. Свойства операций. Счетные и несчетные множества.	2
2-4	1	Предел последовательности и функции.	6
5-6	2	Дифференцирование функции, дифференциал функции.	4
7-8	2	Возрастание, убывание функции. Точки экстремума. Выпуклость, вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты. Исследование функции.	4
9-10	3	Первообразная и неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование с использованием таблицы интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование подстановкой.	4
11-12	3	Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных дробей разложением их на простейшие.	4
13-14	4	Формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в определенном интеграле.	4
15	4	Приложения определенных интегралов	2
16-17	5	Несобственные интегралы 1-ого и 2-ого типа. Их вычисление в случае сходимости. Теоремы, устанавливающие сходимость или расходимость несобственных интегралов.	4
		2- семестр	

1	6	Область определения функции нескольких переменных. Предел функции. Непрерывность функции в точке $x_0$ , непрерывность в точке по направлению $l$ .	2
2	6	Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Полная производная.	2
3	6	Частные производные высших порядков. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.	2
4	6	Неявные функции. Их дифференцирование. Системы неявных функций.	2
5	6	Условный экстремум функции нескольких переменных. Функция Лагранжа. Необходимые и достаточные условия условного экстремума.	2
6-7	7	Собственные и несобственные параметрические интегралы; дифференцирование и интегрирование по параметру. Вычисление некоторых интегралов с помощью дифференцирования по параметру и введением параметра.	4
8	8	Двойной интеграл и его вычисление. Расстановка пределов интегрирования по заданной области $D$ . Изменение порядка интегрирования.	2
9	8	Двойной интеграл в полярных координатах. Общий случай замены переменных в двойном интеграле. Вычисление площадей, объемов и площадей поверхностей.	2
11-12	8	Понятие тройного интеграла. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.	4
13	9	Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Нахождение суммы сходящегося ряда.	2
14	9	Признаки сходимости рядов с положительными членами. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница	2
15	10	Функциональные ряды. Область сходимости	2
16	10	Степенные ряды. Область сходимости, почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	2
17	10	Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление функций и интегралов с помощью рядов.	4
		3 семестр	
1	11	Тригонометрический ряд Фурье, его равномерная сходимость	2
2	11	Представление тригонометрическим рядом Фурье $2\pi$ - периодических функций	2
3-4	11	Представление тригонометрическим рядом Фурье $2l$ - периодических функций, четных и нечетных функций, заданных на произвольном отрезке $[-l;l]$ .	4
5	11	Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	2
6	12	Криволинейные интегралы. Их вычисление	2
7	12	Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина.	2
8	12	Поверхностные интегралы. Их вычисление.	2
9	12	Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.	2
10-11	13	Поток векторного поля. Поток вектора через замкнутую поверхность.	4
12-13	13	Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля. Теорема Стокса.	4

14	14	Измеримые множества. Измеримые функции.	2
15	14	Интеграл Лебега.	2
16-17	14	Обобщенные ряды Фурье.	4
		Итого:	102

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1. Максименко, В.Н. Курс математического анализа : учебное пособие / В.Н. Максименко, А.Г. Меграбов, Л.В. Павшук. - Новосибирск : НГТУ, 2011. - Ч. 2. - 411 с. - ISBN 978-5-7782-1746-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228792>(17.11.2015).
2. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учеб./Г.И.Архипов, В.А.Садовничий, В.Н. Чубариков, -3-е изд.-М.: Дрофа, 2008.-640 с.

### 5.2 Дополнительная литература

1. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа [Текст]: [в 3 т.]: учеб.для вузов/ Л.Д. Кудрявцев. – М: Дрофа, т.1- 2006.- 702 с., т.2.- 2004.- 720 с., т.3 – 2006. – 351 с.
2. Зорич, В.А. Математический анализ: университетский учеб. для студентов физико-математических спец./В.А.Зорич.-М.: МЦМНО, ч.1. – 2001.-670 с., ч.2.-2002. -800 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1, М.: Наука, М.: Физмат лит, 2002 г.
4. Ким В.С. Курс математического анализа: учебное пособие, Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2006. – 219 с.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнения по математическому анализу: учебное пособие/ Б.П.Демидович.- АСТ, Астрель, 2007.-638 с.

### 5.3 Периодические издания

Доклады Академии наук: журнал.- М.: Академиздатцентр «Наука» РАН, 2019.

### 5.4 Интернет-ресурсы

<https://www.coursera.org/> - «Coursera»;  
<https://openedu.ru/> - «Открытое образование»;  
<https://universarium.org/> - «Универсариум»;  
<https://www.edx.org/> - «EdX»;  
<https://www.lektorium.tv/> - «Лекториум»;

### 5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Операционная система Microsoft Windows

## 6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.