

Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.19.3 Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

03.03.03 Радиофизика

(код и наименование направления подготовки)

Квантовая электроника

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины «Б1.Д.Б.19.3 Дифференциальные уравнения и уравнения частными производными» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

протокол № 6 от "22" февраля 2022г.

Заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики

наименование кафедры

подпись

И.П. Болодурина

расшифровка подписи

Исполнители:

Старший преподаватель

должность

подпись

И.Г. Руцкова

расшифровка подписи

должность

подпись

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии по направлению подготовки

03.03.03 Радиофизика

код наименование

личная подпись

расшифровка подписи

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки

личная подпись

Н.Н. Бигалиева

расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета

личная подпись

И.В. Крючкова

расшифровка подписи

№ регистрации _____

© Руцкова И.Г., 2022

© ОГУ, 2022

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: ознакомление студентов с основными результатами по теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, классическими методами их решения и исследования, формирование возможности использования полученных знаний при изучении последующих математических и специальных дисциплин, а также при построении математических моделей, исследуемых физических процессов и явлений.

Задачи:

- изучение основных понятий, определений, теорем и методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных;
- отработка навыков применения классических приемов и методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и исследования на устойчивость;
- ознакомление с классификацией и основными приемами решений уравнений в частных производных;
- формирование представлений о возможностях использования методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных для решения задач теоретического и прикладного характера;
- приобретение практического опыта применения инструментов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при решении задач прикладного характера.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)».

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.19.2 Алгебра, геометрия и векторный анализ*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.16 Оптика.*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	ОПК-1-В-1 Знает основные понятия и законы физики и других естественных наук, методы математического анализа, алгебры и геометрии ОПК-1-В-2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением физико-математических и естественнонаучных знаний, методов научного анализа и моделирования	Знать: основные понятия, теоремы и методы дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных и их физические приложения. Уметь: доказывать основные теоремы и решать классические задачи дифференциальных уравнений и уравнений в частных

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	ОПК-1-В-3 Владеет навыками теоретических и экспериментальных исследований в сфере профессиональной деятельности	производных. Владеть: навыками использования инструментов и средств дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при моделировании и исследовании физических процессов и явлений.
ОПК-3 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3-В-1 Знает основное содержание современных информационных технологий и возможности современных программных средств	Знать: о существовании программных средств применяемых для решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Уметь: применять свободно распространяемое программное обеспечение к решению дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Владеть: навыками поиска информации по дифференциальным уравнениям и уравнениям с частными производными в сети Интернет.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
Общая трудоёмкость	72	108	180
Контактная работа:	34,25	35,25	69,5
Лекции (Л)	18	18	36
Практические занятия (ПЗ)	16	16	32
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: - выполнение расчетно-графического задания (РГЗ); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	37,75	72,75	110,5
Вид итогового контроля	зачет	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений. Теоремы существования и единственности решений.	8	2	0	-	6
2	Основные классы уравнений первого порядка и сводящихся к ним.	15	3	6	-	6
3	Линейные уравнения n -го порядка.	15	5	4	-	6
4	Нормальные системы дифференциальных уравнений.	8	2	2	-	4
5	Системы линейных дифференциальных уравнений.	14	4	2	-	8
6	Теория устойчивости.	12	2	2	-	8
	Итого:	72	18	16		38

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
7	Дифференциальные уравнения в частных производных: основные понятия. Уравнения в частных производных первого порядка	10	2	2	-	6
8	Линейные уравнения в частных производных второго порядка: основные понятия и классификация	14	4	2	-	8
9	Уравнения гиперболического типа	28	4	4	-	20
10	Уравнения параболического типа	28	4	4	-	20
11	Уравнения эллиптического типа	28	4	4	-	20
	Итого:	108	18	16		74
	Всего:	180	36	32		112

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений. Теоремы существования и единственности решений

Основные понятия и определения: обыкновенные дифференциальные уравнения порядка n , решение, интегральная кривая; уравнение порядка n , разрешенное относительно старшей производной. Примеры возникновения дифференциальных уравнений. Задача Коши: постановка, геометрический смысл. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: поле направлений, изоклины, ломаные Эйлера, уравнение вида $y' = f(x)$: формула для общего решения и решения задачи Коши, достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x, y)$, понятие общего и частного решений для уравнения первого порядка, понятие общего и частного интегралов, уравнения, интегрируемые в квадратурах. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения вида: $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$. Понятие общего и частного решений для уравнения n -го порядка.

Теорема о существовании и единственности для дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной. Особые решения.

2 Основные классы уравнений первого порядка и сводящихся к ним

Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Уравнения вида $y' = f(y/x)$ и приводящиеся к ним. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Интегрирование уравнений, неразрешенных относительно производной, путем введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения, допускающие понижение порядка.

3 Линейные уравнения n -го порядка

Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка: определение, теорема существования и единственности решения задачи Коши. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка: определение, простейшие свойства решений. Понятие линейной зависимости (независимости) системы функций на интервале. Определитель Вронского: определение, достаточные условия обратимости определителя в нуль на интервале. Достаточные условия линейной независимости системы функций на интервале. Критерий линейной независимости n решений линейного однородного уравнения n -го порядка. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка. Понятие о фундаментальной системе решений линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка, теорема о её существовании. Теорема о свойстве частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения. Определение линейного однородного дифференциального уравнения по фундаментальной системе решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка. Отыскание частных решений линейного неоднородного дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных. Метод суперпозиции. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами: определение, понятие характеристического уравнения, правило выбора фундаментальной системы решений. Вид общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от корней характеристического уравнения. Построение частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений n -го порядка методом неопределенных коэффициентов в случае правой части специального вида: $f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$; $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$.

4 Нормальные системы дифференциальных уравнений

Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений: основные определения и понятия (решение, задача Коши). Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие общего и частного решений для нормальной системы дифференциальных уравнений. Матричная форма записи нормальной системы дифференциальных уравнений. Физическая интерпретация. Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений методом сведения к одному дифференциальному уравнению более высокого порядка. Решение нормальных систем дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций. Понятие о первом интеграле: определение, геометрический смысл. Симметрическая форма записи системы дифференциальных уравнений. Способы получения интегрируемых комбинаций. Зависимость решений дифференциальных уравнений и систем от начальных значений и параметров. Теорема о дифференцируемости решений по параметрам.

5 Системы линейных дифференциальных уравнений

Системы линейных дифференциальных уравнений: основные определения и понятия, теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы дифференциальных уравнений, матричная форма записи. Однородная система линейных дифференциальных уравнений, определение, простейшие свойства решений. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов (вектор-функций). Определитель Вронского для системы векторов (вектор-функций). Его свойства (достаточные условия обратимости в нуль, достаточные условия линейной независимости системы функций). Критерий линейной независимости системы решений линейной однородной

системы. Фундаментальная система решений, фундаментальная матрица, её свойства. Теорема о структуре общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений. Теорема о структуре общего решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Построение частных решений линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных и методом суперпозиции. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: основные определения и понятия. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: характеристическое уравнение, алгоритмы построения линейно независимых решений, в зависимости от свойств корней характеристического уравнения: (действительность, кратность). Алгоритмы построения частных решений линейных неоднородных систем с постоянными коэффициентами методом неопределённых коэффициентов.

6 Теория устойчивости

Теория устойчивости: основные определения и понятия (устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость решения системы и системы.). Алгоритм сведения исследования на устойчивость решения системы к исследованию на устойчивость нулевого решения вспомогательной системы. Понятие о точке покоя системы дифференциальных уравнений. Определение устойчивости по Ляпунову (асимптотической устойчивости) тривиального решения. Критерии устойчивости решений линейной неоднородной системы. Критерий устойчивости линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Критерий асимптотической устойчивости линейной неоднородной системы. Критерий устойчивости однородной линейной системы. Критерий асимптотической устойчивости однородной системы линейных уравнений. Критерий устойчивости линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Достаточные условия асимптотической устойчивости (неустойчивости) тривиального решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Исследование на устойчивость по первому приближению: основные понятия. Теорема Ляпунова. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова: основные понятия и определения. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости.

7 Дифференциальные уравнения в частных производных: основные понятия. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка

Дифференциальные уравнения в частных производных: основные понятия и определения, линейные и квазилинейные уравнения. Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка: основные понятия и определения. Линейные однородные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка: геометрическая интерпретация, характеристическая система, первый интеграл. Представление решения линейного однородного уравнения в частных производных через первый интеграл характеристической системы. Независимость системы первых интегралов. Задача Коши для линейного однородного уравнения в частных производных, геометрическая интерпретация. Теорема о существовании решения задачи Коши для линейного однородного уравнения в частных производных. Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка.. Теорема о нахождении решения квазилинейного уравнения через решение линейного уравнения. Теорема о представлении интегральной поверхности квазилинейного уравнения. Задача Коши для квазилинейного уравнения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для квазилинейного уравнения. Нелинейные уравнения.

8 Линейные уравнения в частных производных второго порядка: основные понятия и классификация

Линейные уравнения в частных производных второго порядка: основные определения и понятия, классификация (эллиптические, параболические, гиперболические и ультрагиперболические) по виду характеристической формы. Приведение к каноническому виду линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическое уравнение. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений в частных производных: общая классификация (начальные и граничные условия). Основные типы краевых задач для уравнений 2 го порядка: задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов, краевая задача для уравнения эллиптического

типа, смешанная задача для уравнений гиперболического и параболического типов. Задача Гурса. Корректность постановки задач при решении уравнений в частных производных, класс корректности, классические и обобщенные решения.

9 Уравнения гиперболического типа

Решение задачи Коши (начальной задачи) для неограниченной струны: метод бегущих волн, решение Даламбера, решение задачи Коши для неограниченной струны, область зависимости. Исследование формулы Даламбера. Корректность постановки задачи, пример Адамара некорректно поставленной задачи. Метод Фурье: свободные колебания однородной струны, закрепленной на концах; вынужденные колебания струны, закрепленной на концах; вынужденные колебания струны с подвижными концами; общая схема метода Фурье. Единственность решения смешанной задачи. Колебания круглой мембраны. Применение преобразования Лапласа к решению смешанной задачи.

10 Уравнения параболического типа

Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальные решения уравнения теплопроводности. Распространение тепла в конечном стержне. Метод Фурье для уравнения теплопроводности.

11 Уравнения эллиптического типа

Определения, постановка краевых задач. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Формулы Грина. Основная интегральная формула Грина. Свойства гармонических функций. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Интеграл Пуассона.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	2	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.	2
2	2	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.	2
3	2	Уравнения, допускающие понижение порядка.	2
4	3	Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами: построение общих и частных решений. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка: построение решений методом вариации постоянных.	2
5	3	Построение частных решений линейных неоднородных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов и методом суперпозиций.	2
6	4	Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений методом сведения к дифференциальному уравнению более высокого порядка и методом интегрируемых комбинаций.	2
7	5	Построение решений систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	2
8	6	Исследование систем дифференциальных уравнений на устойчивость.	2
9	7	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	2
10	8	Приведение линейных уравнений в частных производных 2 порядка к каноническому виду	2
11 -12	9	Построение решение уравнений гиперболического типа.	4
13-14	10	Построение решения уравнений параболического типа	4
15-16	11	Построение решений эллиптического типа	4
		Итого:	32

5.1 Основная литература

- 1 **Владимиров, В. С.** Уравнения математической физики [Текст] : учеб. для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - М. : Физико-математическая литература, 2000. - 400 с - ISBN 5-9221-0011-4.
- 2 **Краснов, М. Л.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : задачи и упражнения с подробными решениями: учеб. пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко .- 7-е изд. - М. : Либроком, 2009. - 253 с. - (Вся высшая математика в задачах). - Прил.: с. 248-250. - ISBN 978-5-397-00206-6.
- 3 **Олейник О.А.** Лекции об уравнениях с частными производными [Электронный ресурс] / Олейник О. А. - БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. Режим доступа: <https://znanium.com/read?pid=538998>
- 4 **Сабитов, К. Б.** Уравнения математической физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / К. Б. Сабитов. - М. : Высш. шк., 2003. - 255 с. : ил. - Библиогр.: с. 251-253. - ISBN 5-06-004676-1.
- 5 **Эльсгольц, Л. Э.** Дифференциальные уравнения [Текст] : учебник / Л. Э. Эльсгольц .- 7-е изд. - М. : ЛКИ, 2008. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - Предм. указ.: с. 307-309. - ISBN 978-5-382-00638-3.

5.2 Дополнительная литература

- 1 **Арсенин, В. Я.** Методы математической физики и специальные функции [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. Я. Арсенин. - М. : Наука, 1974. - 432 с. - Библиогр.: с. 430-431.
- 2 **Бицадзе, А. В.** Сборник задач по уравнениям математической физики [Текст] : учебное пособие для вузов / А. В. Бицадзе, Д. Ф. Калининченко . - М. : Наука, 1977. - 224 с. - Прил.: с. 212-223.
- 3 **Болодурина, И. П.** Исследование систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов / И. П. Болодурина . - Оренбург : ОГУ, 2004. - 98 с. - Библиогр.: с. 98. - ISBN 5-7410-0616-7.
- 4 **Будак, Б. М.** Сборник задач по математической физике [Текст] : учебное пособие / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов.- 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2003. - 688 с. - ISBN 5-9221-0311-3.
- 5 **Вся высшая математика [Текст] : учеб. для вузов / М. Л. Краснов [и др.] . - М. : Эдиториал УРСС, 2000-2001.. - ISBN 5-8360-0150-2 Т. 4 : Кратные и криволинейные интегралы. Векторный анализ. Функции комплексного переменного. Дифференциальные уравнения с частными производными. - , 2001. - 352 с - ISBN 5-8360-0154-5**
- 6 **Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст] : для вузов / под ред. Б. П. Демидовича.- 10-е изд. - М. : Наука, 1978. - 479 с.**
- 7 **Мартинсон, Л.К.** Дифференциальные уравнения математической физики [Текст] : учебник для вузов / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко.- 3-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 368 с. - (Математика в техническом университете ; вып. XII). - Библиогр.: с. 361-362. - Предм. указ.: с. 363. - ISBN 5-7038-2792-2. - ISBN 5-7038-2484-2.
- 8 **Романко, В. К.** Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. К. Романко.- 2-е изд. - М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. - (Технический университет). - Библиогр.: с. 341-342. - ISBN 5-93208-097-3.
- 9 **Тихонов, А. Н.** Уравнения математической физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский.- 4-е изд., испр. - М. : Наука, 1972. - 736 с

5.3 Периодические издания

Использование периодических изданий не предполагается.

5.4 Интернет-ресурсы

<https://moodle.osu.ru/course/index.php?categoryid=88> – курс «Дифференциальные и интегральные уравнения и вариационное исчисление» Руцковой И.Г. в системе электронного обучения Moodle;
<http://ibooks.ru/> - электронная библиотечная система;
<http://biblioclub.ru/> - университетская библиотека ONLANE;
<http://e.lanbook.com/> - электронная библиотечная система издательства «Лань»;
<http://rucont.ru/> - электронная библиотека РУКОНТ;
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> - учебно-образовательная физико-математическая библиотека;
www.exponenta.ru – Internet-класс по высшей математике: вся математика, от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов;
<http://www.wolframalpha.com/> - сайт, где можно проверить решение огромного количества задач.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Пакет настольных приложений Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint, OneNote, Outlook, Publisher, Access)
3. Большая российская энциклопедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://bigenc.ru/>.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.