Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.16.1 Линейная алгебра и математический анализ»

Уровень высшего образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Специальность
38.05.01 Экономическая безопасность
(код и наименование специальности)

Анализ, контроль и правовое обеспечение экономической безопасности хозяйствующих субъектов
(наименование направленности (профиля)/специализации образовательной программы)

Квалификация
Экономист

Форма обучения
Очная

Год набора 2022

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.16.1 Линейная алгебра и математический анали*
рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 6 от "22" февраля 2022г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:

ст. преподаватель _____ И.Г. Руцкова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

доцент _____ Т.Н. Тарасова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
38.05.01 Экономическая безопасность _____ Э.С. Кацуков
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
_____ И.В. Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Руцкова И. Г., 2022
© Тарасова Т. Н., 2022
© ОГУ, 2022

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

- подготовка специалистов, владеющих основными методами линейной алгебры и математического анализа, необходимыми при анализе и моделировании экономических процессов и явлений, поиске оптимальных решений экономических задач и выборе наилучших способов реализации этих решений, при обработке и анализе результатов численных научных экспериментов;
- создание базы для изучения дисциплин, использующих математические модели и методы в экономике.

Задачи:

- формирование теоретических знаний по линейной алгебре и математическому анализу (основные понятия, определения, теоремы и факты), необходимых для изучения последующих математических и специальных дисциплин, решения экономических и прикладных задач, математического моделирования и исследования экономических процессов и явлений;
- ознакомление с историей возникновения и развития основных понятий и положений математики, её роли и месте в системе наук;
- формирование представлений об основных инструментах линейной алгебры и математического анализа и их возможностях при осуществлении экономико-математического моделирования и исследовании экономических процессов и явлений;
- выработка практических навыков и умений, необходимых для изучения последующих математических и специальных дисциплин, решения экономических и прикладных задач, математического моделирования и исследования экономических процессов и явлений;
- формирование математической культуры студентов, развитие логического и алгоритмического мышления и необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.11 Тайм-менеджмент, Б1.Д.Б.18 Статистика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты	ОПК-1-В-2 Применяет статистико-математический инструментарий для сбора, обработки и обобщения данных для решения профессиональных задач в области финансов и экономики	**Знать:** основные понятия (определения, факты, теоремы), методы и инструменты линейной алгебры и математического анализа, необходимые для решения экономических задач, моделирования и исследования экономических явлений и процессов.

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		Уметь: решать классические задачи линейной алгебры и математического анализа; применять методы и инструменты линейной алгебры и математического анализа к решению математических и экономических задач, выбирать и использовать необходимые методы и приемы, а также таблицы и справочники. **Владеть:** навыками использования инструментов и средств линейной алгебры и математического анализа, при моделировании и исследовании экономических процессов и явлений (построение модели, выбор оптимального решения, интерпретация и оценка результатов).

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	1 семестр	2 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**108**	**108**	**216**
Контактная работа:	**50,25**	**51,25**	**101,5**
Лекции (Л)	34	34	68
Практические занятия (ПЗ)	16	16	32
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: *- выполнение индивидуального практико-ориентированного задания (ПОЗ);* *- выполнение расчетно-графического задания (РГЗ);* *- выполнение индивидуальных домашних заданий и контрольных работ;*	**57,75**	**56,75**	**114,5**

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	1 семестр	2 семестр	всего
- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к рубежным контролям;* *- подготовка к промежуточным аттестациям*			
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**диф. зач.**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Матрицы и определители	19	6	5	-	8
2	Системы линейных уравнений	17	4	3	-	10
3	Линейные пространства. Евклидовы пространства	16	6	2	-	8
4	Линейные преобразования (операторы) линейных пространств	12	4	2	-	6
5	Векторная алгебра	12	2	2	-	8
6	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	18	8	2	-	8
7	Множества и функции	14	4	-	-	10
	Итого:	108	34	16		58

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
8	Числовые последовательности	14	4	2	-	8
9	Предел и непрерывность функции	19	6	3	-	10
10	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	19	6	3	-	10
11	Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	16	4	2		10
12	Интегральное исчисление функции одной переменной	22	8	4	-	10
13	Основы теории рядов	18	6	2	-	10
	Итого:	108	34	16		58
	Всего:	216	68	32		116

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Матрицы и определители

Матрицы: основные определения, классификация, действия над матрицами, их свойства. Определители: формулы для вычисления, свойства определителей. Обратная матрица: определение, свойства, вывод формулы для вычисления. Минор порядка к для матрицы (определителя). Базисный минор и ранг матрицы, теоремы о рангах.

2 Системы линейных уравнений

Системы m линейных уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация. Основные методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса решения системы m линейных уравнений с n неизвестными; правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n неизвестными, применение обратных матриц к решению систем линейных уравнений; теорема Кронекера - Капелли о совместности неоднородной линейной системы.

3 Линейные пространства. Евклидовы пространства

Линейное пространство: определение, примеры линейных пространств. Понятие линейной зависимости независимости системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов в произвольном пространстве. Конечномерное линейное пространство: определение, базис, способ выбора базиса, координаты вектора. Критерий линейной независимости векторов в конечномерном пространстве. Формулы перехода от одного базиса к другому. Формулы для связи координат одного и того же вектора в двух базисах одного и того же линейного пространства. Линейное подпространство. Евклидово пространство: определение, неравенство Коши-Буняковского, длина вектора, угол между векторами, ортогональные векторы, ортонормированные векторы. Независимость ортонормированной системы векторов. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

4 Линейные преобразования (операторы) линейных пространств

Линейные преобразования линейных пространств: определение, матрица, критерий невырожденности, инвариантность определителя матрицы линейного преобразования, формула для связи матриц одного и того же линейного преобразования в двух различных базисах одного и того же конечномерного линейного пространства. Множество значений и ядро линейного преобразования. Размерность пространства решений линейной однородной системы. Теоремы о структуре решений линейной однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Характеристический многочлен. Существование базиса из собственных векторов. Приведение матрицы линейного преобразования к диагональному виду. Ортогональные и симметричные преобразования.

5 Векторная алгебра

Прямоугольная система координат (на плоскости и в пространстве). Расстояние между точками, деление отрезка в заданном соотношении. Векторы: основные понятия и определения, линейные операции над векторами. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам, разложение вектора пространства по трем некомпланарным векторам). Координаты вектора, действия над векторами, заданными своими координатами. Скалярная проекция вектора на ось, её свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов: определения, свойства, приложения, формулы для вычисления.

6 Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве

Прямая на плоскости: способы задания, общее уравнение прямой, взаимное расположение двух прямых, расстояние от точки до прямой. Плоскость в R^3: способы задания, общее уравнение плоскости, взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями. Прямая в R^3: способы заданий, общее уравнение прямой, взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, угол между прямой и плоскостью, определение координат точки пересечения.

Кривые второго порядка: основные понятия и определения. Окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Поверхности второго порядка: основные понятия и определения, классификация, геометрические свойства, исследование формы методом сечений.

7 Множества и функции

Множества: основные понятия и определения, операции над множествами. Числовые множества, расширение числовых множеств. Множество комплексных чисел: основные понятия и

операции над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Абсолютная величина действительного числа, её свойства и геометрическая интерпретация. Понятие окрестности точки. Функции: определение, основные понятия и свойства, непрерывности обратной функции у строго монотонной на интервале. График функции: определение, построение графиков элементарных функций методом сдвига и деформации.

8 Последовательности

Числовая последовательность: определение, свойства. Предел последовательности: определение, геометрический смысл, свойства последовательностей, имеющих предел. Признаки существования предела у последовательностей. Критерий Коши сходимости последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности: определение и свойства. Свойства последовательностей: $x_n = \frac{1}{n^k}, k \in R_+; x_n = n^k, k \in R_+; x_n = q^n, q \in R$. Число e . Подпоследовательности: определение, свойства.

9 Предел и непрерывность функции

Предел функции при $x \to a$ (в точке): определения, свойства функций, имеющих предел в точке. Бесконечно малая и бесконечно большая функции, их свойства. Односторонние пределы функции в точке. Первый замечательный предел и следствия из него. Непрерывность функции в точке: определение, свойства функций, непрерывных в точке; непрерывность сложной и обратной функций. Правила вычисления предела непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции. Односторонняя непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация. Кусочно-непрерывная функция. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у строго монотонной на интервале. Предел функции на бесконечности: определение, свойства. Второй замечательный предел и следствия из него. Предел степенно-показательной функции. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые: определение, свойства, таблица. Асимптоты графика функции.

10 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная функции в точке: определение, геометрический и экономический смысл, односторонняя производная функции в точке. Бесконечная производная. Дифференцируемость функции в точке: определение, свойства функций, дифференцируемых в точке. Понятие о дифференциале, геометрический смысл, инвариантность, касательная и нормаль к графику функции. Правила нахождения производных и дифференциалов, теоремы о производных композиции функций и о производной обратной функции, дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа. Правило Лопиталя - Бернулли. Производные и дифференциалы высших порядков: определение, формулы для нахождения. Формула Тейлора. Приближенные вычисления. Монотонность функции на интервале: определения, признаки. Локальный экстремум: определение, необходимые и достаточные условия существования. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость функции на интервале: определение, признаки. Расположение графика функции относительно касательных. Точки перегиба: определение, необходимые и достаточные условия существования.

11 Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Пространство Rn : основные понятия и определения. Функция нескольких переменных: определение, график, множества уровня. Понятие предела функции нескольких переменных: в точке, по направлению; свойства соответствующих функций. Непрерывность функции нескольких переменных: в точке, по направлению, на множестве; свойства соответствующих функций. Точки и линии разрыва. Элементарные функции нескольких переменных.

Частная производная функции нескольких переменных в точке: определение, правила нахождения. Геометрический и экономический смысл. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке: определение, свойства, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент. Частные производные и дифференциалы высших порядков: определения, формула Тейлора. Неявные функции: условия существования, непрерывности, формулы для нахождения частных производных и дифференциалов.

Локальный экстремум функции нескольких переменных: определение, необходимые условия существования. Теорема о достаточном условии существования экстремума функции

нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции на множестве. Условный экстремум функции нескольких переменных.

12 Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная функция: определение, свойства. Неопределенный интеграл: определение, свойства, таблица. Методы интегрирования: метод разложения, метод подведения под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, метод замены переменной. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.

Интегральная сумма на отрезке: определение, геометрический смысл. Определенный интеграл: определение (интегрируемость по Риману), необходимые и достаточные условия существования, геометрический смысл определенного интеграла. Простейшие свойства определенного интеграла, теоремы об оценках, теорема о среднем. Интеграл с переменным верхним пределом: определение, свойства. Методы вычисления определенных интегралов: формула Ньютона Лейбница, метод интегрирования по частям, метод замены переменной. Свойства интегралов от четной, нечетной, периодических функций. Приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.

13 Основы теории рядов

Числовые ряды: основные понятия и определения (сходимость, сумма). Необходимый признак сходимости, достаточный признак расходимости числового ряда. Ряды, составленные из членов геометрической прогрессии. Свойства сходящихся числовых рядов. Ряды с неотрицательными членами: основной признак сходимости, теоремы сравнения, признаки Даламбера, радикальный и интегральный. Знакопеременные ряды: достаточный признак сходимости, теорема Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды: определения, свойства, признаки.

Функциональные ряды: основные понятия, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда, свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды: теорема Абеля о сходимости степенного ряда, интервал и радиус сходимости степенного ряда, свойства степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование. Ряд Тейлора: определение, признаки сходимости, разложения основных элементарных функций.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Матрицы: простейшие операции	2
2	1	Определители	2
3	2	Обратная матрица. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными: правило Крамера, применение обратной матрицы, Метод Гаусса	2
4	1,2	Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений на совместность	2
5	3	Линейные пространства. Евклидовы пространства	2
6	4	Линейные преобразования (операторы) линейных пространств	2
7	5	Векторная алгебра	2
8	6	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	2
9	8	Числовые последовательности	2
10, 11	9	Предел и непрерывность функции	3
11,12	10	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	3
13	11	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	2
14, 15	12	Интегральное исчисление функции одной переменной	4
16	13	Основы теории рядов	2
		Итого:	32

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. **Беклемишев, Д. В.** Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учеб. для вузов / Д. В. Беклемишев.- 10-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2003. - 304 с. - ISBN 5-9221-0304-0.
2. **Бортаковский А.С.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1, Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097
3. **Высшая математика для экономистов** [Текст] : учебник для вузов / под ред. Н. Ш. Кремера.- 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юнити, 2003. - 471 с. - Библиогр.: с. 445-465. - ISBN 5-238-00030-8.
4. **Практикум по высшей математике для экономистов** [Текст]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по экономическим специальностям/под ред. Н.Ш. Кремера. - Москва: Юнити-Дана, 2005. - 423 с. – ISBN 5-238-00459-1

5.2 Дополнительная литература

1. **Благовисная, А. Н.** Практикум по решению задач линейной алгебры и аналитической геометрии с экономическим содержанием [Электронный ресурс] / Благовисная А. Н. - ГОУ ОГУ, 2009. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/
2. **Головина, Л.И.** Линейная алгебра и некоторые ее приложения [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. И. Головина .- 2-е изд., доп. - М. : Физматлит, 1975. - 408 с
3. **Ильин, В. А.** Аналитическая геометрия [Текст] : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .- 7-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. - 224 с. - (Классический университетский учебник / ред. В. А. Садовничий).-(Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; Вып. 3) - ISBN 978-5-9221-0511-8.
4. **Клетеник, Д. В.** Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов / Д. В. Клетеник .- 14-е изд., испр. - М. : Наука, 1986. - 224 с.
5. **Красс, М. С.** Основы математики и ее приложения в экономическом образовании [Текст] : учеб. для вузов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - М.: Дело, 2000. - 688 с.
6. **Курош, А. Г.** Курс высшей алгебры [Текст] : учеб. для вузов / А. Г. Курош.- 18-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2011. - 432 с. - (Классическая учебная литература по математике). - Библиогр.: с. 425-426. - Предм. указ.: с. 427-431. - ISBN 978-5-8114-0521-3.
7. **Проскуряков, И. В.** Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков.- 8-е изд. - М. : ЛБЗ, 2001. - 384 с. - (Технический университет) - ISBN 5-93208-009-4.
8. **Руцкова, И. Г.** Линейная алгебра [Электронный ресурс] : электронный курс лекций / И. Г. Руцкова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 13.6 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2018. - 6 с. - Загл. с тит. экрана. -Архиватор 7-Zip

5.3 Периодические издания

Периодические издания не рекомендуются при изучении дисциплины.

5.4 Интернет-ресурсы

https://moodle.osu.ru/course/view.php?id=14350 – «Линейная алгебра и математический анализ» - электронный курс в системе Moodle (авторы – Тарасова Т.Н., Руцкова И.Г.);

https://www.coursera.org/learn/algebra-lineynaya - «Coursera», МООК: «Линейная алгебра»;

https://www.lektorium.tv/mooc2/26288 - «Лекториум», МООК: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»;

http://lineal.guru.ru/lineal3/ - базовая электронная энциклопедия по линейной алгебре;
http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/Books.htm - "Математическая библиотека" - собрание университетских учебников, сборников задач;
http://ibooks.ru/ - электронная библиотечная система;
http://e.lanbook.com/ - электронная библиотечная система издательства «Лань»;
https://znanium.com/ - электронно-библиотечная система;
http://rucont.ru/ - электронная библиотека РУКОНТ;
http://lib.mexmat.ru/- электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm - учебно-образовательная физико-математическая библиотека;
www.exponenta.ru – Internet-класс по высшей математике;
http://www.wolframalpha.com/ - сайт, где можно проверить решение математических задач.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Пакет офисных программ Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint, OneNote, Outlook, Publisher, Access)
3. LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
4. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО. Режим доступа: https://yandex.ru/legal/browser_agreement/

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.