Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.22 Дифференциальные уравнения»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Прикладное программирование и корпоративные информационные системы
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.22 Дифференциальные уравнения*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 6 от "18" января 2023г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Ппрофессор _____ Болодурина И.П.
должность *подпись* *расшифровка подписи*

Доцент _____ Дусакаева С.Т.
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика _____
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
Доцент _____ Крючкоова И.В.
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Болодурина И.П., 2023
Дусакаева С.Т., 2023
© ОГУ, 2023

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: обучение фундаментальным методам теории дифференциальных уравнений (ДУ) как средства математического моделирования детерминированных явлений, овладение основными методами исследования ДУ, изучение методов интегрирования различных типов уравнений и систем.

Задачи:

– формирование практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений.

– ознакомление студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов

– овладение навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями;

– формирование представлений о методах приближенного решения задач с помощью дифференциальных уравнений.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.15 Математический анализ*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Методы оптимизации, ФДТ.1 Тестирование бизнес-приложений*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1-В-2 Имеет представление о современном математическом аппарате, применяемом в исследовательской и прикладной деятельности при решении задач в области математических и (или) естественных наук ОПК-1-В-3 Демонстрирует навыки решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук ОПК-1-В-4 Применяет полученные знания математического аппарата для решения конкретных задач в области профессиональной деятельности	**Знать**: современный математический аппарат. **Уметь:** применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук. **Владеть:** навыками решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики.
ОПК-3 Способен применять и модифицировать	ОПК-3-В-2 Подбирает к исследуемой математической модели подходящий	**Знать:** основные математические модели и

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	метод, получает численный результат и анализирует полученные решения, а также использует полученные результаты в реальных тематических и исследовательских ситуациях	методы. **Уметь:** подбирать к исследуемой математической модели подходящий метод. **Владеть:** анализировать полученные результаты в реальных тематических и исследовательских ситуациях.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**108**	**180**	**288**
Контактная работа:	**69,25**	**51,25**	**120,5**
Лекции (Л)	34	34	68
Практические занятия (ПЗ)	34	16	50
Консультации	1	1	2
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: *- выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к коллоквиумам;* *- подготовка к рубежному контролю и т.п.)*	**38,75**	**128,75**	**167,5**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные методы решения ДУ 1-го порядка.	22	6	8		8
2	Задача Коши для ДУ 1-го порядка.	14	4	4		6
3	Нормальные системы ДУ.	16	4	4		8
4	Линейные ДУ n-го порядка.	20	8	6		6
5	Теория линейных систем ДУ.	20	6	8		6
6	Качественная теория ДУ 2-го порядка.	16	6	4		6

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
	Итого:	108	34	34		40

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
7	Построение решений линейных ДУ в виде степенного ряда.	54	10	4		40
8	Теория устойчивости.	72	14	8		50
9	ДУ с частными производными 1-го порядка	54	10	4		40
	Итого:	180	34	16		130
	Всего:	288	68	50		170

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1 Основные методы решения ДУ 1-го порядка. Основные понятия и определения. Примеры возникновения дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Поле направлений, изоклины, ломанные Эйлера. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные уравнения и приводимые к ним. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Раздел 2 Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Существование и единственность дифференциального уравнения 1-го порядка. Интегральное неравенство Гронуолла. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Метод последовательных приближений. Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема о существовании и единственности для дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной. Интегрирование уравнений, неразрешенных относительно производной, путем введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.

Раздел 3 Нормальные системы ДУ. Нормальная система дифференциального уравнения 1-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения нормальной системы. Сведение дифференциального уравнения n-го порядка к нормальной системе дифференциальных уравнений. Зависимость решений от начальных значений и параметров, эквивалентность зависимостей. Теорема о непрерывной зависимости решений дифференциального уравнения от параметра. Непрерывная зависимость решений дифференциального уравнения от начальных данных. Теорема о зависимости решения нормальной системы от начальных значений и параметров.

Раздел 4 Линейные ДУ n-го порядка. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Существование и единственность решения дифференциального уравнения n-го порядка. Простейшие случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Существование и единственность решений. Свойство линейного однородного уравнения при преобразовании независимой переменной. Свойства линейного дифференциального оператора. Свойства решений линейного однородного уравнения. Линейная зависимость и независимость функций. Примеры. Определитель Вронского. Свойства определителя Вронского. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения n-го порядка. Фундаментальная система решений, теорема о её существовании. Определение линейного однородного уравнения по фундаментальной системе решений. Формула Остроградского – Лиувиля. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Решение в случае простых и кратных корней. Уравнение Эйлера. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка. Свойства решений линейных неоднородных уравнений. Теорема об общем решении неоднородного уравнения. Метод вариации постоянных решений линейного неоднородного уравнения. Метод Коши нахождение частного

решения линейного неоднородного уравнения. Решение линейных неоднородных уравнений со специальной правой частью.

Раздел 5 Теория линейных систем ДУ. Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Свойства решений линейных однородных систем. Определитель Вронского для линейной однородной системы и его свойства. Фундаментальная система решений, фундаментальная матрица, её свойства. Теорема о структуре решения линейной однородной системы. Решение линейной неоднородной системы. Матрициант. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к однородному уравнению более высокого порядка. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Задача Коши для системы линейных дифференциальных уравнений в матричном виде. Матричная экспонента. Сходимость матричного ряда. Представление матрицианта через матричный ряд. Резольвентная матрица: определение, представление. Представление матрицианта в виде конечной суммы. Вид матрицианта в случае одного собственного значения матрицы системы.

Раздел 6 Качественная теория ДУ 2-го порядка. Уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами. Приведение дифференциального уравнения 2-го порядка к двучленному виду. Колеблемость решений. Свойства решений дифференциальных уравнений 2-го порядка с переменными коэффициентами. Теорема Штурма о чередовании нулей. Условие неколеблемости решений дифференциальных уравнений 2-го порядка. Теорема сравнения. Следствие. Оценка расстояния между соседними нулями решения. Примеры: уравнение Бесселя, уравнение Эйри.

Раздел 7 Построение решений линейных ДУ в виде степенного ряда. Представление решений дифференциальных уравнений в виде степенных рядов. Оценка радиуса сходимости степенного ряда. Теорема о представление решения линейного дифференциального уравнения в виде степенного ряда. Обобщенные степенные ряды. Построение решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Цилиндрические функции.

Раздел 8 Теория устойчивости. Устойчивость, асимптотическая устойчивость системы дифференциальных уравнений, геометрическая интерпретация определений. Устойчивость линейных систем. Необходимые и достаточные условия устойчивости (асимптотической устойчивости) линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Необходимые и достаточные условия устойчивости линейной однородной системы дифференциальных уравнений. Необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости линейной однородной системы дифференциальных уравнений. Устойчивость линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Критерий устойчивости тривиального решения линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Критерий асимптотической устойчивости. Многочлены Гурвица. Критерий Михайлова. Исследование устойчивости тривиального решения нелинейной системы по ее линейному приближению. Метод функций Ляпунова.

Раздел 9 ДУ с частными производными 1-го порядка. Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Геометрическая интерпретация. Характеристическая система. Первый интеграл. Представление решения линейного однородного уравнения в частных производных через первый интеграл характеристической системы. Независимость системы первых интегралов. Задача Коши для линейного однородного уравнения в частных производных, геометрическая интерпретация. Теорема о существовании решения задачи Коши для линейного однородного уравнения в частных производных. Квазилинейное уравнение в частных производных. Теорема о нахождении решения квазилинейного уравнения через решение линейного уравнения. Теорема о представлении интегральной поверхности квазилинейного уравнения. Задача Коши для квазилинейного уравнения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для квазилинейного уравнения.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши. Решение геометрических и	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		физических задач. Приближенное построение интегральных кривых дифференциального уравнения первого порядка с помощью изоклин.	
2	1	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения, приводящиеся к однородным.	2
3	1	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа. Уравнения Бернулли и Риккати.	2
4	1	Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	2
5	2	Уравнения, не разрешенные относительно производной. Интегрирование уравнений, не разрешенных относительно производной путем введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Нахождение особых решений.	2
6	1-2	Решение различных дифференциальных уравнений первого порядка. КР «Дифференциальные уравнения первого порядка».	2
7	3	Уравнения, допускающие понижение порядка.	2
8	3	Решение однородных систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами методом интегрирования системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.	2
9	4	Однородные линейные дифференциальные уравнения n–го порядка с переменными коэффициентами. Формула Остроградского-Лиувилля.	2
10	4	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных и метод Коши.	2
11	4	Построение частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью.	2
12	5	Решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами методом Эйлера.	2
13	5	Построение матрицианта для системы линейных дифференциальных уравнений.	2
14	5	Решение задачи Коши для систем линейных уравнений.	2
15	5	КР «Системы дифференциальных уравнений».	2
16-17	6	Исследование качественного поведения решений дифференциальных уравнений.	4
18-20	7	Приближенное решение дифференциальных уравнений. Построение решений с помощью рядов.	6
21	8	Исследование устойчивости и асимптотической устойчивости решений уравнений и систем уравнений по определению.	2
22	8	Исследование устойчивости и асимптотической устойчивости решений уравнений и систем уравнений по первому приближению. Теорема Ляпунова. Критерий Михайлова.	2
23	9	Линейные однородные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	2
24-25	9	Задача Коши для квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных.	4
		Итого:	50

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Рыбаков, К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс : учебное пособие - Рыбаков К. А., Якимова А. С., Пантелеев А. В. [Электронный ресурс] : М.: Логос, 2010 - http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=84753

2. Асташова, И. В. Дифференциальные уравнения. Часть 2 : учебное пособие – Асташова И. В., Никишкин В. А. [Электронный ресурс] : М.: Евразийский открытый институт, 2011 - http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=90342

5.2 Дополнительная литература

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

2. Болодурина И.П. Исследование систем линейных дифференциальных уравнений: Учебное пособие. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004.

5.3 Периодические издания

Дифференциальные уравнения: журнал. - М.: МАИК "Наука/Интерпериодика", 2016

5.4 Интернет-ресурсы

www.exponenta.ru – Internet-класс по высшей математике: Вся математика, от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов.

www.dic.academic.ru – Курс, входящий в учебный план технических и некоторых других специальных учебных заведений, включающий аналитическую геометрию, Элементы высшей алгебры, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система Microsoft Windows.

2. Пакет офисных программ Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint, OneNote, Outlook, Publisher, Access). 9

3. Антивирусное ПО: Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition на 2 года.

4. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО. Режим доступа: https://yandex.ru/legal/browser_agreement/. Бессрочно.

5. Adobe Acrobat Reader DC. Доступно бесплатно после принятия условий лицензионного соглашения на ПО Adobe. Разработчик: Adobe Systems. Режим доступа: https://get.adobe.com/ru/reader/.

6. 7-Zip. Предоставляется по лицензии GNU LGPL. Разработчик: Игорь Павлов. Режим доступа: http://www.7-zip.org/.

7. STDU Viewer - ПО для просмотра электронных документов в формате PDF, DjVu, TIFF, FB2, EPub и др. Режим доступа: http://www.stdutility.com/stduviewer.html.

8. LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.