Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.В.6 Теория оптимального управления»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Прикладное программирование и корпоративные информационные системы
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.В.6 Теория оптимального управления*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 6 от "18" января 2023 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Зав. кафедры ПМ, профессор _____ И.П. Болодурина
должность *подпись* *расшифровка подписи*

Старший преподаватель каф. ПМ _____ Л.С. Гришина
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика _____ И.П. Болодурина
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
_____ И.В. Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Болодурина И.П.,
Гришина Л.С., 2023
© ОГУ, 2023

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: рассмотрение общих принципов построения необходимых и достаточных условий оптимальности, овладение навыками их применения к исследованию задач оптимального управления динамическими процессами непрерывной и дискретной природы, а также формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Задачи:

- развитие представлений о современных проблемах прикладной математики и информатики и их связях с общими закономерностями теории оптимального управления;

- рассмотрение основных положений теории оптимального управления;

- освоение математических методов оптимального управления динамическими процессами;

- приобретение навыков построения приближенного оптимального решения и содержательной интерпретации результатов, полученных при управлении динамическими процессами.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.16 Алгоритмы и алгоритмические языки, Б1.Д.Б.18 Языки программирования, Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Методы оптимизации*

Постреквизиты дисциплины: *Б2.П.В.П.1 Производственная практика (научно-исследовательская работа), Б2.П.В.П.2 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ПК*-1 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты современных научных исследований, а также проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной	ПК*-1-В-1 Имеет представление о приемах и способах сбора, методах и алгоритмах обработки и интерпретации материалов современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным проблемам ПК*-1-В-3 Выбирает методы проведения исследований и осуществляет качественный и количественный анализ собранных данных в конкретной области профессиональной деятельности ПК*-1-В-4 Интерпретирует результаты научных исследований и формирует выводы при решении прикладных задач ПК*-1-В-5 Демонстрирует навыки проведения под научным руководством	**Знать:** основные способы построения и модификации математических моделей для решения задач теории оптимального управления **Уметь:** подбирать к исследуемой математической модели подходящий метод решения, а также модифицировать модели при разработке и реализации алгоритмов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности **Владеть:** навыками построения и модификации вычислительных алгоритмов на основе разработанных математических моделях для

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
деятельности	локальных исследований на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	решения задач в области профессиональной деятельности; навыками проведения под научным руководством локальных исследований на основе существующих методов теории оптимального управления

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	6 семестр	7 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**108**	**180**	**288**
Контактная работа:	**66,25**	**36,5**	**102,75**
Лекции (Л)	34	18	52
Практические занятия (ПЗ)	16		16
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	32
Консультации		1	1
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,5	0,75
Самостоятельная работа: - выполнение курсовой работы (КР); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к лабораторным занятиям; - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю.	**41,75**	**143,5** +	**185,25**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**зачет**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Постановка задач оптимального управления	27	10	8	-	9
2	Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления	27	8	8	-	11
3	Необходимые условия оптимальности в дискретных задачах оптимального управления	27	8	-	6	13
4	Численные алгоритмы решения задач оптимального управления	27	8	-	10	9
	Итого:	108	34	16	16	42

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Линейная задача оптимального быстродействия	45	4	-	4	37
6	Связь принципа максимума и вариационного исчисления	45	4	-	-	41
7	Общая задача оптимального управления	45	8	-	4	33
8	Оптимальное управление при решении практических задач	45	2	-	8	35
	Итого:	180	18		16	146
	Всего:	288	52	16	32	188

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1 Постановка задач оптимального управления.

Постановка задач оптимального управления: уравнения модели; виды функционалов качества (задачи Лагранжа, Больца, Майера, задачи быстродействия, стабилизации, с нефиксированным временем); виды ограничений на траекторию; программное управление; виды ограничений на управление. Общая постановка задач оптимального управления. Определение допустимого процесса, оптимального решения. Задача оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Разрывная задача оптимального управления.

Раздел 2 Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления.

Необходимые условия оптимальности для задачи со свободным правым концом и фиксированным временем. Необходимые условия оптимальности для задачи Больца. Алгоритм построения оптимального управления в случае его существования и единственности. Принцип максимума Понтрягина для задачи Майера со свободным правом концом и заданным временем. Принцип максимума Понтрягина для задачи Больца. Краевая задача принципа максимума. Алгоритм построения оптимального управления. Недостаточность принципа максимума. Метод множителей Лагранжа для задачи оптимального управления. Принцип максимума для задач с произвольным временем окончания процесса управления. Принцип максимума для задач с изопериметрическими ограничениями Непрерывность функции Гамильтона на оптимальном управлении и траектории. Свойство производных функции Гамильтона.

Раздел 3 Необходимые условия оптимальности в дискретных задачах оптимального управления.

Дискретный принцип максимума. Метод множителей Лагранжа в дискретной задаче оптимального управления со смешанными ограничениями.

Раздел 4 Численные алгоритмы решения задач оптимального управления.

Методы основанные на необходимых условиях оптимальности: итерационный метод, метод проекции градиента. Учет граничных условий и фазовых ограничений в дискретной задаче оптимального управления методом штрафных функций.

Раздел 5 Линейная задача оптимального быстродействия.

Постановка линейной задачи оптимального управления. Условие общности положения. Теорема о конечном числе переключений в оптимальном управлении. Теорема о количестве переключений для линейной задачи быстродействия. Достаточные условия оптимальности в

линейной задаче быстродействия. Условия существования оптимального управления в линейной задаче оптимального быстродействия.

Раздел 6 Связь принципа максимума и вариационного исчисления.

Задачи вариационного исчисления. Необходимое условие Эйлера для решения вариационного исчисления. Возможные формулировки условий теоремы Эйлера. Связь теоремы Эйлера вариационного исчисления и теоремы Понтрягина оптимального управления. Задача Больца в вариационном исчислении

Раздел 7 Общая задача оптимального управления.

Первые обобщения. Задачи Больца, Майера, Лагранжа. Задачи с фиксированным или свободным конечным временем. Фиксированное конечное время. Свободное время окончания процесса. Доказательство необходимых условий оптимальности. Управляемость и существование решения. Задача на бесконечном интервале: постановка задачи, необходимые условия оптимальности управления, замечание. Автономные задачи ОУ. Измененный Гамильтониан в задачах ОУ с дисконтирующим множителем.

Раздел 8 Оптимальное управление при решении практических задач

Модель регулирования трудовыми ресурсами. Классический пример Понтрягина с лодкой. Модель Рамсея. Модель оптимального потребления. Задача оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	3	Программная реализация методов оценки параметров модели, описывающей динамику развития рекламной кампании.	2
2	3	Решение задачи календарного планирования производства методом прямой прогонки.	4
3	4	Численные методы решения задач оптимального управления с закрепленным левым и свободным правым концом на основе необходимых условий оптимальности. Итерационный метод.	4
4	4	Программная реализация дискретного принципа максимума в задаче оптимального управления с ограничениями на управление. Метод проекций градиентов.	6
5	5	Программная реализация задачи быстродействия	4
6	7	Учет граничных условий и фазовых ограничений в задаче оптимального управления методом штрафных функций.	4
7	8	Нахождения оптимального процесса для реальных задач.	8
		Итого:	32

4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Простейшая система «хищник-жертва».	2
2	1	Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта.	2
3	1	Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования.	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
4	1	Нахождение оптимального программного управления на основе необходимых условий оптимальности.	2
5	2	Линейная задача оптимального быстродействия.	2
6	2	Задача вариационного исчисления.	2
7	2	Применение принципа максимума к решению непрерывных и дискретных задач.	2
8	2	Решение задачи оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике.	2
		Итого:	16

4.5 Курсовая работа (7 семестр)

Целью курсового проектирования является моделирование реальных процессов и построение оптимальных режимов на основе методов теории оптимального управления, а также содержательная интерпретация полученных результатов.

Примерные темы курсовой работы:

1) Оптимальное управление процессом производства, хранения и реализации товаров;
2) Оптимизация процесса рыбной ловли;
3) Моделирование процесса распространения заболеваний;
4) Оптимальное управление трехотраслевой экономикой;
5) Оптимальная политика в области рекламной деятельности;
6) Оптимальное управление температурным режимом;
7) Управление процессом распространения заболеваний с помощью введения карантина;
8) Управление системой «хищник-жертва» с учетом внутривидовой конкуренции;
9) Моделирование процесса очистки воды от загрязнения органическими отходами.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Андреева, Е. А. Вариационное исчисление и методы оптимизации [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева.- Изд. перераб. и доп. - Оренбург : ГОУ ОГУ ; Тверь : ТвГУ, 2004. - 575 с. - ISBN 5-7410-5412-5.

2. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 "Математические методы в экономике" / Б. А. Лагоша, Т. Г. Апалькова.- 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008. - 224 с. - ISBN 978-5-279-03183-2.

3. Андреева, Е. А. Математическое моделирование [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. - Тверь : ТвГУ, 2004. - 502 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление [Текст] : учебник для втузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко.- 3-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 488 с. - (Математика в техническом университете ; вып. XV). - Библиогр.: с. 475-479. - Предм. указ.: с. 480. - ISBN 5-7038-2484-2.

2. Болодурина, И. П. Теория оптимального управления [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика / И. П. Болодурина [и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 2.20 Мб). - Оренбург: ОГУ, 2016. - 146 с. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/10770_20160608.pdf

5.3 Периодические издания

1. Вестник компьютерных и информационных технологий : журнал. - М. : Агентство "Роспечать".
2. Информационно-измерительные и управляющие системы : журнал. - М. : Агентство "Роспечать".
3. Мехатроника, автоматизация, управление : журнал. - Москва : Агентство "Роспечать".

5.4 Интернет-ресурсы

- «Differential Equations for Engineers» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе https://www.coursera.org / Разработчик курса: The Hong Kong University of Science and Technology режим доступа: https://www.coursera.org/learn/differential-equations-engineers?

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Open Office/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
3. Яндекс.Браузер - браузер, созданный компанией «Яндекс» на основе движка (бесплатная версия) Режим доступа: https://browser.yandex.ru
4. Nature Publishing Group [Электронный ресурс] : реферативная база данных. - Режим доступа: http://www.nature.com/siteindex/index.html, в локальной сети ОГУ.
5. Аналитическая платформа Deductor Academic: Бесплатная версия, предназначенная только для образовательных целей / Компания BaseGroup Labs – Режим доступа к системе в сети ОГУ для установки системы: https://basegroup.ru/deductor/download
6. SCOPUS [Электронный ресурс] : реферативная база данных / компания Elsevier. – Режим доступа: https://www.scopus.com/, в локальной сети ОГУ.
7. Большая советская энциклопедия [Электронный ресурс]: универсальная справочная энциклопедия международного уровня. – Режим доступа: https://bigenc.ru/ в локальной сети ОГУ.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.