Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.14 Математический анализ»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Математическое и компьютерное моделирование
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.14 Математический анализ*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 6 от "13" января 2023 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
доцент кафедры прикладной математики _____ Ю.П.Луговскова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

_____
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.04 Прикладная математика _____ Фот Н.П.
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
_____ И.В.Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Луговскова Ю.П., 2023
© ОГУ, 2023

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: изучение основных понятий, результатов и методов математического анализа, формирование возможностей использования полученных знаний при изучении последующих математических и специальных дисциплин, решении задач теоретического и прикладного характера.

Задачи:

- повышение уровня фундаментальной математической подготовки, путем освоения понятийного аппарата, методов математического анализа;
- получение основных навыков решения задач математического анализа, усвоение прикладной направленности курса, путем формирования представлений о возможностях использования методов математического анализа для решения задач теоретического и прикладного характера, приобретение практического опыта применения инструментов математического анализа при решении задач прикладного характера;
- развитие логического мышления и умения самостоятельно углубить свои математические знания.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б1.Д.Б.16 Дискретная математика и математическая логика, Б1.Д.Б.17 Физика, Б1.Д.Б.19 Специальные разделы прикладной математики, Б1.Д.Б.20 Дифференциальные и разностные уравнения, Б1.Д.Б.21 Численные методы, Б1.Д.Б.22 Математические методы и модели исследования операций, Б1.Д.Б.23 Математическое моделирование, Б1.Д.Б.24 Теория вероятностей и случайных процессов, Б1.Д.Б.25 Математическая статистика и анализ данных, Б1.Д.В.8 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения, Б1.Д.В.9 Теория нечетких множеств и нейросетевые модели, Б1.Д.В.10 Эконометрическое моделирование*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1-В-1 Применяет знания из различных разделов фундаментальной математики (алгебры, линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, теории функции комплексного переменного, дискретной математики и математической логики)	**Знать:** основные понятия, теоремы, алгоритмы и методы математического анализа и их приложения. **Уметь:** формулировать и доказывать основные теоремы, логически строго и обоснованно решать задачи, соответствующие изучаемым разделам, выбирать метод исследования и доводить решение задач до практически приемле-

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		мого результата. **Владеть:** навыками применения методов и алгоритмов математического анализа при решении задач теоретического и прикладного характера; навыками самостоятельного изучения математической литературы.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (540 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**180**	**180**	**180**	**540**
Контактная работа:	**69,25**	**69,25**	**51,25**	**189,75**
Лекции (Л)	34	34	34	102
Практические занятия (ПЗ)	34	34	16	84
Консультации	1	1	1	3
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75
Самостоятельная работа: *- выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ);* *- выполнение расчетно-графического задания (РГЗ);* *- написание реферата (Р);* *- написание эссе (Э);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к коллоквиумам;* *- подготовка к рубежному контролю и т.п.)*	**110,75**	**110,75**	**128,75**	**350,25**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	**экзамен**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Множества, функции, последовательности	45	6	4		26

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
2	Предел и непрерывность функции	61	12	10		30
3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Приложение производных к исследованию функций	69	12	12		36
4	Функции нескольких переменных: предел, непрерывность, дифференциальное исчисление, экстремумы	41	4	8		20
	Итого:	216	34	34		112

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Интегральное исчисление функций одной переменной: неопределенный, определенный, несобственный интегралы, интегралы, зависящие от параметра	75	14	16		45
6	Кратные (многомерные) интегралы	44	6	6		32
7	Ряды: числовые, функциональные. Ряды Фурье	61	14	12		35
	Итого:	180	34	34		112

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
8	Криволинейные и поверхностные интегралы	70	18	12		60
9	Элементы векторного анализа	74	16	4		70
	Итого:	144	34	16		130
	Всего:	540	102	84		354

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Множества, функции, последовательности

Множества: основные понятия и определения, операции над множествами, числовые множества. Счетные и несчетные множества. Мощность множества. Точные верхние и точные нижние грани множества. Абсолютная величина действительного числа, её свойства и геометрическая интерпретация. Понятие окрестности точки.

Функции: определение, основные понятия и свойства, классификация. График функции: определение, построение графиков элементарных функций методом сдвига и деформации

Числовая последовательность: определение, свойства. Предел последовательности: определение, геометрический смысл, свойства последовательностей, имеющих предел. Признаки существования предела у последовательностей. Критерий Коши сходимости последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности: определение и свойства. Свойства последовательностей. Подпоследовательности: определение, свойства.

2 Предел и непрерывность функции

Предел функции при x $\to a$ (в точке): определения, свойства функций, имеющих предел в точке. Бесконечно малая и бесконечно большая функции, их свойства. Односторонние пределы функции в точке. Непрерывность функции в точке: определение, свойства функции, непрерывных в точке; непрерывность сложной и обратной функций. Правила вычисления предела непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции. Односторонняя непрерывность функции в точке. Первый замечательный предел и следствия из него. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация. Кусочно-непрерывная функция. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у строго монотонной на интервале. Предел функции при x $\to\infty$: определение, свойства. Второй замечательный предел и следствия из него. Предел степенно-показательной функции. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые: определение, свойства, таблица. Асимптоты графика функции.

3 Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Приложение производных к исследованию функций

Производная функции в точке: определение, геометрический и физический смысл, односторонняя производная функции в точке. Бесконечная производная. Дифференцируемость функции в точке: определение, свойства функций, дифференцируемых в точке. Понятие о дифференциале, геометрический смысл, инвариантность, касательная и нормаль к графику функции. Правила нахождения производных и дифференциалов, теоремы о производных композиции функций и о производной обратной функции, дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа. Правило Лопиталя - Бернулли. Производные и дифференциалы высших порядков: определение, формулы для нахождения. Формула Тейлора. Приближенные вычисления. Монотонность функции на интервале: определения, признаки. Локальный экстремум: определение, необходимые и достаточные условия существования. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость функции на интервале: определение, признаки. Расположение графика функции относительно касательных. Точки перегиба: определение, необходимые и достаточные условия существования. Общая схема исследования и построения графика функции.

4 Функции нескольких переменных: предел, непрерывность, дифференциальное исчисление, экстремумы

Пространство R^n : основные понятия и определения. Функция нескольких переменных: определение, график, множества уровня. Понятие предела функции нескольких переменных: в точке, по направлению; свойства соответствующих функций. Повторные предельные значения. Непрерывность функции нескольких переменных: в точке, по направлению, на множестве; свойства соответствующих функций. Точки и линии разрыва. Элементарные функции нескольких переменных. Частная производная функции нескольких переменных в точке: определение, правила нахождения, геометрический смысл. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке: определение, свойства, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные и дифференциалы высших порядков: определения, формула Тейлора. Неявные функции: условия существования, непрерывности, формулы для нахождения частных производных и дифференциалов. Локальный экстремум функции нескольких переменных: определение, необходимые условия существования. Теорема о достаточном условии существования экстремума функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции на множестве. Условный экстремум функции нескольких переменных.

5 Интегральное исчисление функций одной переменной: неопределенный, определенный, несобственный интегралы, интегралы, зависящие от параметра

Первообразная функция: определение, свойства. Неопределенный интеграл: определение, свойства, таблица. Методы интегрирования: метод разложения, метод подведения под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, метод замены переменной. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций. Интегральная сумма

на отрезке: определение, геометрический смысл. Определенный интеграл: определение (интегрируемость по Риману), необходимые и достаточные условия существования, геометрический смысл определенного интеграла. Простейшие свойства определенного интеграла, теоремы об оценках, теорема о среднем. Интеграл с переменным верхним пределом: определение, свойства. Методы вычисления определенных интегралов: формула Ньютона Лейбница, метод интегрирования по частям, метод замены переменной. Свойства интегралов от четной, нечетной, периодических функций. Приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Собственные параметрические интегралы и их непрерывность. Дифференцирование и интегрирование собственных параметрических интегралов. Равномерная сходимость несобственных параметрических интегралов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных параметрических интегралов. Интегралы Эйлера первого и второго рода (бета- и гамма- функции).

6 Кратные (многомерные) интегралы

Двойные интегралы: основные определения, теоремы существования, свойства, геометрический смысл. Правила вычисления двойных интегралов в прямоугольной системе координат и методом замены переменной (общий случай, переход в двойном интеграле к полярной системе координат). Приложения двойных интегралов. Тройные интегралы: основные определения, теоремы существования, свойства, геометрический смысл. Правила вычисления тройных интегралов в прямоугольной системе координат и методом замены (общий случай, переход в тройном к цилиндрическим и сферическим координатам). Приложения тройных интегралов.

7 Ряды: числовые, функциональные. Ряды Фурье

Числовые ряды: основные понятия и определения (сходимость, сумма). Необходимый признак сходимости, достаточный признак расходимости числового ряда. Ряды, составленные из членов геометрической прогрессии. Свойства сходящихся числовых рядов. Ряды с положительными членами: основной признак сходимости, теоремы сравнения, признаки Даламбера, радикальный и интегральный. Знакопеременные ряды: достаточный признак сходимости, теорема Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды: определения, свойства, признаки. Функциональные ряды: основные понятия, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда, свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды: теорема Абеля о сходимости степенного ряда, интервал и радиус сходимости степенного ряда, свойства степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование. Ряд Тейлора: определение, признаки сходимости, разложения основных элементарных функций. Ортогональная система функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя. Замкнутость тригонометрической системы функций. Тригонометрический ряд Фурье. Интегральное представление его частичной суммы. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.

8 Криволинейные и поверхностные интегралы

Криволинейные интегралы 1 рода: определение, свойства, правила вычисления, приложения. Криволинейные интегралы 2 рода: определения, свойства, правила вычисления, приложения. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Остроградского-Грина. Поверхностные интегралы. Формула Стокса. Формула Гаусса-Остроградского.

9 Элементы векторного анализа

Векторное поле. Дифференциальные уравнения векторных линий. Поток векторного поля. Способы вычисления потока. Поток вектора через замкнутую поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля. Соленоидальное поле. Линейный интеграл в векторном поле. Циркуляция векторного поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Теорема Стокса. Независимость линейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина. Потенциальное поле. Признаки потенциального поля. Вычисление линейного интеграла в потенциальном поле.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		1-семестр	
1	1	Множества. Операции над множествами. Свойства операций. Счетные и несчетные множества	2
2-3	1,2	Передел последовательности. Вычисление пределов функций в точке и при $x \to \infty$.	4
4	2	Первый и второй замечательный пределы.	2
5-6	2	Сравнение бесконечно-малых. Применение эквивалентных бесконечномалых при вычислении пределов.	4
7	2	Исследование функций на непрерывность. Точки разрыва их классификация.	2
8-9	3	Отработка техники дифференцирования.	4
10	3	Правило Лопиталя- Бернулли.	2
11	3	Производные высших порядков	2
12-13	3	Полное исследование поведения функции и построение графика	4
14	4	Нахождение частных производных функций нескольких переменных.	2
15	4	Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности	2
16-17	4	Исследование функций нескольких переменных на экстремум.	4
		2-семестр	
18	5	Интегрирование: метод разложения и подведения по знак дифференциала.	2
19	5	Интегрирование: метод интегрирования по частям и метод замены переменной	2
20	5	Интегрирование рациональных дробей.	2
21-22	5	Методы вычисления определенных интегралов: Формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в определенном интеграле.	4
23	5	Приложения определенных интегралов	2
24	5	Несобственные интегралы 1-ого и 2-ого типа. Их вычисление в случае сходимости. Теоремы, устанавливающие сходимость или расходимость несобственных интегралов.	2
25	5	Интегралы, зависящие от параметра	2
26-27	6	Двойные интегралы. Их вычисление.	4
28	6	Тройные интегралы. Их вычисление	2
29-30	7	Исследование числовых рядов с неотрицательными членами.	4
31	7	Исследование знакопеременных числовых рядов	2
32-33	7	Исследование на сходимость функциональных рядов. Определение радиуса сходимости степенного ряда.	4
34	7	Разложения элементарных функций в ряд Тейлора. Применение к вычислению пределов и нахождения производных. Разложение функций в ряд Фурье	2
		3-семестр	
35-38	8	Криволинейные интегралы. Их вычисление	4

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
39	8	Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина.	2
40-43	8	Поверхностные интегралы. Их вычисление.	4
44	8	Формулы Стокса и Остроградского -Гаусса.	2
45-47	9	Поток векторного поля. Поток вектора через замкнутую поверхность. Дивергенция векторного поля.	2
48-49	9	Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля. Теорема Стокса.	2
		Итого:	84

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1 Ильин, В. А. Основы математического анализа [Текст] : учебник для вузов: в 2 ч. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк . - М. : Физматлит, 2002. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова). Ч. 1 : .- 6-е изд., стер. - , 2002. - 648 с. - Библиогр.: с. 642-646. - ISBN 5-9221-0134-X.

2 Ильин, В. А. Основы математического анализа [Текст] : учебник для вузов: в 2 ч. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк . - М. : Физматлит, 2002. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова). Ч. 2 : .- 4-е изд., стер. - , 2002. - 464 с - ISBN 5-9221-0134-X.

3 Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения [Текст] : учебник / Л. Э. Эльсгольц .- 7-е изд. - М. : ЛКИ, 2008. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - Предм. указ.: с. 307-309. - ISBN 978-5-382-00638-3.

5.2 Дополнительная литература

1. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учеб./Г.И.Архипов, В.А.Садовничий, В.Н. Чубариков, -3-е изд.-М.: Дрофа, 2008.-640 с

2. Бугров, Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский.- 3-е изд., испр. - М. : Наука, 1988. - 431 с.

3. Бугров, Я. С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного [Текст] : учеб. для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский.- 3-е изд., испр. - М. : Наука, 1989. - 464 с.

4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]: в 2 ч.: учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова . - 6-е изд. - М.: Оникс 21 векМир и образование, 2003. - ISBN 5-329-00528-0. Ч. 2: - 2003. - 416 с - ISBN 5-329-00327-X. - ISBN 5-94666-009-8.

5. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст] : для втузов / под ред. Б. П. Демидовича.- 10-е изд. - М. : Наука, 1978. - 479 с.

6. Краснов, М. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : задачи и упражнения с подробными решениями: учеб. пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко .- 7- е изд. - М. : Либроком, 2009. - 253 с. - (Вся высшая математика в задачах). - Прил.: с. 248-250. - ISBN 978-5-397-00206-6.

7. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев . - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2008.. - ISBN 978-5-9221-0183-7. Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - , 2008. - 400 с. - Предм. указ.: с. 395-399. - ISBN 978-5-9221-0184-4.

8. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа [Текст] : учеб. для вузов / Л. Д. Кудрявцев . - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2005.. - ISBN 5-9221-0183-8 Т. 2 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - , 2005. - 424 с. - Предм. указ.: с. 420-424. - ISBN 5-9221-0185-4.

5.3 Периодические издания

Доклады Академии наук: журнал.- М.: Академиздатцентр «Наука» РАН, 2021

5.4 Интернет-ресурсы

https://www.lektorium.tv/course/30986# - Математический анализ – лекции Ф. Петрова, Математическая лаборатория имени П.Л. Чебышева;

http://ibooks.ru/ - электронная библиотечная система;

http://biblioclub.ru/ - университетская библиотека ONLANE;

http://e.lanbook.com/ - электронная библиотечная система издательства «Лань»;

http://rucont.ru/ - электронная библиотека РУКОНТ;

http://lib.mexmat.ru/- электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;

http://moodle.osu.ru/ - электронная система обучения ОГУ;

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm - учебно-образовательная физикоматематическая библиотека;

www.exponenta.ru – Internet-класс по высшей математике: вся математика, от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов;

http://www.wolframalpha.com/ - сайт, где можно проверить решение огромного количества задач

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС
2. Пакет офисных приложений LibreOffice
3. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru
4. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования - АИССТ (зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610456, правообладатель – Оренбургский государственный университет), режим доступа - http://aist.osu.ru

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.