Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.6 Математический анализ»

Уровень высшего образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Специальность
10.05.01 Компьютерная безопасность
(код и наименование специальности)

специализация №3 «Разработка защищенного программного обеспечения»
(наименование направленности (профиля)/специализации образовательной программы)

Квалификация
Специалист по защите информации

Форма обучения
Очная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.6 Математический анализ*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 6 от "18" января 2023г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
доцент _____ И.К. Зубова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

_____ _____ _____
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по специальности
10.05.01 Компьютерная безопасность _____ И.В. Влацкая
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
_____ И.В. Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Зубова И.К., 2023
© ОГУ, 2023

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины:

Формирование у студентов знания основ математического анализа, на которых базируются другие математические дисциплины; выработка навыков решения важнейших задач математического анализа.

Задачи:

Задачами освоения дисциплины являются: изучение теории пределов; основ дифференциального исчисления функций одной переменной (включая исследование функций и построение их графиков); интегрального исчисления функций одной переменной (включая неопределенный интеграл, определенный интеграл, несобственные интегралы); основ дифференциального исчисления функций многих переменных; теории рядов (числовых, степенных, тригонометрических); кратных, криволинейных, поверхностных интегралов; элементов теории поля.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.9 Теория вероятностей и математическая статистика, Б1.Д.Б.12 Физика, Б1.Д.Б.14 Дифференциальные уравнения, Б1.Д.Б.15 Численный анализ, Б1.Д.В.Э.2.2 Методы оптимизации*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-3 Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3-В-14 Знает основные положения теории функций одной и нескольких переменных, методы дифференциального и интегрального исчисления, методы исследования числовых и функциональных рядов ОПК-3-В-15 Умеет обосновывать методы математического анализа при решении профессиональных задач ОПК-3-В-16 Владеет навыками использования справочных материалов по математическому анализу	**Знать:** структуру и основы математического анализа как базы всей современной высшей математики. **Уметь:** правильно формулировать конкретную задачу; применять теоретические знания к решению конкретной задачи; видеть и понимать связь между основными понятиями математического анализа и других областей высшей математики, устанавливать межпредметную связь. **Владеть:** техникой решения задач; навыками работы с математической литературой.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц (468 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**180**	**144**	**468**
Контактная работа:	**69,25**	**69,25**	**69,25**	**207,75**
Лекции (Л)	34	34	34	102
Практические занятия (ПЗ)	34	34	34	102
Консультации	1	1	1	3
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75
Самостоятельная работа: *- выполнение расчетно-графического задания (РГЗ);* *- самостоятельное изучение разделов «Параметрические уравнения некоторых кривых», «Задание некоторых кривых в полярной системе координат», «Гиперболические функции», «Неберущиеся интегралы»;* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к коллоквиумам;* *- подготовка к рубежному контролю и т.п.)*	**74,75**	**110,75**	**74,75**	**260,25**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	**экзамен**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в математический анализ.	28	6	4	-	18
2	Понятие о функции одной вещественной переменной. Предел и непрерывность функции.	33	6	8	-	19
3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	52	16	16	-	20
4	Применение средств дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков	31	6	6	-	19
	Итого:	144	34	34		76

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Первообразная функции и неопределенный интеграл	36	6	10	-	20
6	Определенный интеграл Римана	26	6	2	-	18
7	Приложения определенного интеграла	14	2	2	-	10

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
8	Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных	68	14	14		40
9	Криволинейные и поверхностные интегралы	36	6	6	-	24
	Итого:	180	34	34		112

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
10	Числовые ряды.	46	10	10	-	26
11	Функциональные последовательности и ряды	53	14	14	-	25
12	Ряды и преобразование Фурье.	45	10	10	-	25
	Итого:	144	34	34		76
	Всего:	468	102	102		264

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Введение в математический анализ

Предмет и метод математического анализа. Основные математические символы. Множества. Операции с множествами. Точная верхняя и точная нижняя грани множеств. Числовые множества. Вещественные числа как множество бесконечных десятичных дробей. Счетные множества и множества мощности континуум. Свойства вещественных чисел. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Основные теоремы о пределах. Теорема об арифметических свойствах пределов.

2 Понятие о функции одной вещественной переменной. Предел и непрерывность функции.

Понятие о функции. Область определения функции. Основные элементарные функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Первый и второй «замечательные» пределы. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

3 Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Понятие производной. Геометрический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Понятие дифференциала. Дифференцирование сложной и обратной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Приближенные вычисления при помощи первого дифференциала. Производная суммы, разности, произведения и частного. Производные простейших элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность второго дифференциала. Формула Лейбница. Теорема Ферма о нуле производной. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Бернулли - Лопиталя. Дифференцирование функции, заданной параметрически. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формула

Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций. Примеры приложений формулы Маклорена.

4 Применение средств дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков

Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условия экстремума. Два правила отыскания точек экстремума. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточные условия точек перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования графика функции.

5 Первообразная функции и неопределенный интеграл.

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Интегрирование методом введения под знак дифференциала. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование «по частям». Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей. Интегрируемость рациональной дроби в элементарных функциях. Интегрируемость в элементарных функциях некоторых тригонометрических и иррациональных выражений.

6 Определенный интеграл Римана.

Интегральные суммы Римана. Суммы Дарбу. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Ограниченность интегрируемой по Риману функции. Некоторые классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Его непрерывность и дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы первого и второго рода. Сходимость несобственных интегралов. Достаточные признаки их сходимости. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла. Понятие о главном значении несобственного интеграла.

Приложения определенного интеграла.

Понятие границы множества и плоской фигуры. Площадь плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора. Примеры вычисления площадей. Объем тела. Вычисление объема тела вращения, примеры. Длина дуги кривой. Понятие спрямляемой кривой. Вычисление длины дуги кривой. Вычисление площади боковой поверхности тела вращения.

7 Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных

Множества m-мерного евклидова пространства. Расстояние между точками. Окрестность точки. Последовательность точек. Сходимость последовательности. Теорема о покоординатной сходимости. Свойства ограниченной последовательности точек. Повторные пределы. Непрерывность функции m-переменных. Основные свойства непрерывных функций нескольких переменных. Частные производные функций нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Непрерывность дифференцируемой функции. Существование частных производных у дифференцируемой функции. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции нескольких переменных. Его геометрический смысл. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Их неинвариантность. Мнемоническая формула дифференциала. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Локальный экстремум функции m-переменных. Необходимое условие экстремума. Понятие о квадратичных формах. Достаточное условие локального

экстремума функции т переменных. Понятие неявной функции. Существование и дифференцируемость неявно заданной функции.

Двойной интеграл. Геометрическая интерпретация и основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла путём сведения его к двукратному интегралу. Тройной интеграл. Физический смысл тройного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах. Применение кратных интегралов.

8 Криволинейные и поверхностные интегралы

Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.

Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Интегралы по поверхности. Поток вектора через ориентированную поверхность.

Дивергенция. Теорема Гаусса-Остроградского. Формула Стокса.

10 Числовые ряды.

Понятие числового ряда. Сумма ряда. Исследование сходимости ряда, образованного геометрической прогрессией. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Маклорена-Коши. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теоремы о перестановке членов условно и абсолютно сходящихся рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Предел последовательности комплексных чисел. Числовые ряды с комплексными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с комплексными членами.

11 Функциональные последовательности и ряды.

Понятие функционального ряда. Область (поточечной) сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное дифференцирование, почленное интегрирование. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Элементарные представления о функциях комплексной переменной. Формулы Эйлера. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.

12 Ряды и преобразование Фурье.

Ортонормированные системы и общие ряды Фурье. Тригонометрическая система. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Дирихле. Простейшее условие равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье. Представление функции интегралом Фурье. Примеры. Некоторые свойства преобразования Фурье.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Множества и действия над ними. Числовые последовательности.	2
2	1	Предел последовательности. Арифметические свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел отношения двух бесконечно больших и двух бесконечно малых.	2
3	2	Функции одной вещественной переменной. Область определения функции. Чётность и нечетность функции.	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		Обратная функция.	
4	2	Предел функции. Раскрытие неопределенностей «0/0», «∞/∞». Первый «замечательный» предел.	2
5	2	Раскрытие неопределенностей вида «∞-∞» и «0×∞».	2
6	2	Второй «замечательный» предел.	2
7	3	Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.	2
8	3	Табличное дифференцирование. Производные сложных функций.	2
9	3	Производные функций, заданных параметрически.	2
10	3	Производные неявно заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.	2
11	3	Дифференциал функции. Его применение в приближённых вычислениях.	2
12	3	Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой, заданной различными способами.	2
13	3	Раскрытие неопределенностей с помощью правила Бернулли-Лопиталя.	2
14	3	Формула Тейлора.	2
15	4	Исследование функции на экстремум. Два правила отыскания точек экстремума.	2
16	4	Отыскание точек перегиба графика. Асимптоты графика функции.	2
17	4	Исследование функций и построение их графиков	2
18	5	Табличное интегрирование. Интегрирование путём внесения части подынтегрального выражения под знак дифференциала.	2
19	5	Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования «по частям».	2
20	5	Интегрирование дробно-рациональных функций.	2
21	5	Интегрирование функций, содержащих тригонометрические функции.	2
22	5	Интегрирование некоторых иррациональностей.	2
23	6	Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной в определенном интеграле. Интегрирование «по частям».	2
24	7	Вычисление площадей, объёмов, длин дуг.	2
25	8	Частные производные первого и высших порядков. Частные производные неявно заданной функции.	2
26	8	Полный дифференциал и его применение в приближённых вычислениях. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.	2
27	8	Производная сложной функции. Полная и частная производная. Производная по направлению. Градиент.	2
28	8	Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.	2
29	8	Повторные интегралы. Вычисление двойного интеграла путём сведения его к повторному.	2
30	8	Выбор порядка интегрирования в двойном интеграле.	2
31	8	Применение кратных интегралов.	2
32	9	Вычисление криволинейных и поверхностных интегралов.	2
33	9	Формула Грина.	2
34	9	Применение криволинейных и поверхностных интегралов.	2
35	10	Необходимое условие сходимости ряда. Ряд геометрической	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		прогрессии. Обобщённый гармонический ряд.	
36	10	Ряды с положительными членами. Признаки сравнения. Интегральный признак сходимости.	2
37	10	Признаки Д′Аламбера и Коши.	2
38	10	Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Приближённое вычисление суммы ряда Лейбница.	2
39	10	Числовые ряды с комплексными членами.	2
40	11	Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.	2
41	11	Степенной ряд. Интервал и радиус его сходимости.	2
42	11	Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	2
43	11	Применение интегрирования и дифференцирования для нахождения сумм степенных рядов.	2
44	11	Формула Тейлора. Ряды Тейлора и Маклорена.	2
45	11	Разложение в степенные ряды важнейших элементарных функций.	2
46	11	Применение степенных рядов в приближённых вычислениях.	2
47	12	Разложение кусочно-непрерывных на отрезке функций в ряд Фурье.	2
48	12	Разложение в ряд Фурье чётных и нечётных функций.	2
49	12	Разложение в ряд Фурье функций, заданных на отрезке.	2
50	12	Разложение в ряд Фурье функций «с двойной симметрией».	2
51	12	Преобразование Фурье.	2
			102

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебник / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович.- 8-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, 1973. - 720 с.

2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]: в 2 ч.: учеб. Пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов. – М.: Высш. Шк., 1967. Ч.1: - 300 с.
3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]: в 2 ч.: учеб. Пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов. – М.: Высш. Шк., 1967. Ч.2: - 350 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Текст]: / Г.И. Запорожец. -4-е изд. – М: Высшая школа, 1966. – 479 с.
2. Зубова, И. К. Основы математического анализа (модуль "Введение в математический анализ") [Текст]: самоучитель / И. К. Зубова, О. В. Острая, А. Н. Павленко; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург: НикОс, 2011. - 151 с.: ил. - Библиогр.: с. 150-151. - ISBN 978-5-4417-0009-2.
3. Зубова, И. К. Основы математического анализа (модуль «Дифференциальное исчисление функций одной переменной») [Электронный ресурс]: самоучитель / И.К. Зубова, О.В. Острая, П.Н. Павленко; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т".- Оренбург: ГОУ ОГУ. – 2011. – 136 с.
4. Зубова, И. К. Основы математического анализа (модуль "Функции нескольких переменных") [Электронный ресурс]: самоучитель / И. К. Зубова и [др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон.

текстовые дан. (1 файл: Kb). - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2011. -Adobe Acrobat Reader 5.0 http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2838_20110928.pdf
5. Зубова, И.К. Основы математического анализа (модуль "Неопределенный интеграл") [Электронный ресурс] : учебное пособие для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии / [И. К. Зубова и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 1.74 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2017. - 119 с. - Загл. с тит. экрана. - Adobe Acrobat Reader 6.0. - Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/36925_20170601.pdf

6. Зубова, И.К. Основы математического анализа (модуль "Определенный интеграл и несобственные интегралы") [Электронный ресурс] : учебное пособие для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии / [И. К. Зубова и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 1.75 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2017. - 129 с. - Загл. с тит. экрана. - Adobe Acrobat Reader 7.0. - Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/36924_20170601.pdf
7. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст]: учеб. Пособие для вузов / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 2001 – (Учебники для вузов. Специальная литература): Кн. 1. – 2001. – 448 с. ISBN 5-8114-0190-6. Кн.2. – 2001. – 464 с. ISBN 5-8114-0191-4.

5.3 Периодические издания

Не рекомендуются

5.4 Интернет-ресурсы

www.exponenta.ru – Internet-класс по высшей математике: Вся математика, от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов.

www.dic.academic.ru – Курс, входящий в учебный план технических и некоторых других специальных учебных заведений, включающий аналитическую геометрию, Элементы высшей алгебры, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения.

https://www.lektorium.tv/mooc - «Лекториум», МООК: «Дискретная математика».

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Пакет офисных приложений LibreOffice
2. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru
3. ГАРАНТ Платформа F1 [Электронный ресурс]: справочно-правовая система. / Разработчик ООО НПП «ГАРАНТ-Сервис», 119992, Москва, Воробьевы горы, МГУ, [1990–2023]. – Режим доступа в сети ОГУ для установки системы: \\fileserver1\GarantClient\garant.exe
4. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: электронное периодическое издание справочная правовая система. / Разработчик ЗАО «Консультант Плюс», [1992–2023]. – Режим доступа к системе в сети ОГУ для установки системы: \\fileserver1\!CONSULT\cons.exe
5. http://edu.garant.ru/garant/study/ - Интернет-версия ГАРАНТ-Образование, Система ГАРАНТ для студентов, аспирантов и преподавателей

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

К рабочей программе прилагаются:

- Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине;
- Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.