Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра геометрии и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
(код и наименование направления подготовки)

Системы автоматизации технологических процессов и производств
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2023

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра геометрии и компьютерных наук
наименование кафедры

протокол № 6 от "17" февраля 2023 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра геометрии и компьютерных наук — *подпись* — А.Е. Шухман
наименование кафедры — *расшифровка подписи*

Исполнители:
Старший преподаватель — *подпись* — Н.В. Максименко
должность — *расшифровка подписи*

должность — *подпись* — *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств — Д.А. Проскурин
код наименование — *личная подпись* — *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
личная подпись — Н.Н. Бигалиева
расшифровка подписи

Уполномоченный по качеству факультета
личная подпись — И.В. Крючкова
расшифровка подписи

№ регистрации _____

© Максименко Н.В., 2023
© ОГУ, 2023

1 1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины:
- формирование у студентов готовности к решению учебно-профессиональных задач в области алгебры и геометрии, необходимых для использования в других дисциплинах;
- формирование соответствующих компетенций согласно требованиям основной образовательной программы.

Задачи:
- приобретение обучающимися знаний в области теоретических основ линейной алгебры, аналитической геометрии, как теоретической базы для изучения последующих дисциплин профессионального цикла;
- приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике с применением интерактивных методов и закреплением умений и навыков решения типовых задач, соответствующих изучаемым разделам.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.12 Информатика, Б1.Д.Б.13 Информационные технологии и программирование*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1-В-1 Знает основные естественнонаучные закономерности в профессиональной сфере ОПК-1-В-2 Формулирует задачу профессиональной сферы на формальном языке естественнонаучных и общеинженерных знаний ОПК-1-В-3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	**Знать:** теоретический материал линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии **Уметь:** применять математические методы линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии при решении прикладных задач **Владеть:** математическими методами решения задач линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	1 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**144**
Контактная работа:	**16,5**	**16,5**
Лекции (Л)	8	8
Практические занятия (ПЗ)	8	8
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5
Самостоятельная работа: *- выполнение контрольной работы (КонтрР);* *- самоподготовка: проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- подготовка к практическим занятиям.*	**127,5** +	**127,5**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**зачет**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Комплексные числа	12	1	1		10
2	Матрицы и определители	22	1	1		20
3	Системы линейных уравнений	22	1	1		20
4	Векторная алгебра	12	1	1		10
5	Линейные пространства. Евклидовы пространства	30	1	1		28
6	Линейные операторы в линейном пространстве	22	1	1		20
7	Аналитическая геометрия на плоскости	12	1	1		10
8	Аналитическая геометрия в пространстве	12	1	1		10
	Итого:	144	8	8		128
	Всего:	144	8	8		128

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Комплексные числа

Понятие комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел

Раздел 2. Матрицы и определители

Матрицы. Виды матриц и операции над ними. Элементарные преобразования матриц, приведение к треугольному виду, транспонирование матриц; их свойства.

Определители: формулы для вычисления определителей 1,2,3 порядков. Свойства определителей. Дополнительный минор и алгебраические дополнения для элемента определителя, их свойства. Обратная матрица: определение, свойства, вычисление. Матричные уравнения.

Ранг матрицы, базисный минор. Теоремы о ранге матрицы.

Раздел 3. Системы линейных уравнений

Системы m линейных уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация, метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

Раздел 4. Векторная алгебра

Векторы в R3: основные определения (равенство, коллинеарность, компланарность), линейные операции. Прямоугольная система координат в R3, координаты вектора, действия над векторами, заданными в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов: определения, свойства, формулы для вычисления, приложения.

Раздел 5. Линейные пространства. Евклидовы пространства

Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Понятия линейной зависимости и независимости системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Линейное подпространство. Понятие евклидова пространства. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Ортонормированные системы векторов. Ортогонализация системы векторов.

Раздел 6. Линейные операторы в линейном пространстве

Линейные отображения. Представление линейных операторов матрицами. Обратимые линейные операторы. Характеристические уравнения. Собственные векторы. Собственные значения.

Раздел 7. Аналитическая геометрия на плоскости

Различные системы координат на плоскости и в пространстве. Уравнение линии на плоскости. Линии первого порядка на плоскости (уравнение прямой с угловым коэффициентом; условие параллельности и перпендикулярности двух прямых; общее уравнение прямой; уравнение прямой в полярных координатах; нормальное уравнение прямой). Линии второго порядка на плоскости (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

Раздел 8. Аналитическая геометрия в пространстве

Различные уравнения плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве (векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, канонические уравнения прямой, общие уравнения прямой). Уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной координатной оси. Цилиндры второго порядка (эллиптический цилиндр, гиперболический цилиндр, параболический цилиндр). Уравнение поверхности вращения. Поверхности второго порядка (эллипсоид; однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид).

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.	1
1	2	Матрицы, операции над матрицами. Вычисление определителей. Разложение по строке и столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица. Матричные уравнения. Ранг матрицы, базисный минор.	1
2	3	Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений.	1

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
2	4	Векторы. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов и их свойства. Векторное и смешанное произведения векторов; свойства.	1
3	5	Линейная зависимость, независимость системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Скалярное произведение векторов. Процесс ортогонализации	1
3	6	Линейные отображения. Представление линейных операторов матрицами. Обратимые линейные операторы. Собственные векторы, собственные значения. Характеристическое уравнение.	1
4	7	Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках». Уравнение прямой в полярных координатах. Нормальное уравнение прямой.	1
4	8	Уравнение плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве (векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, канонические уравнения прямой, общие уравнения прямой).	1
		Итого:	8

4.4 Контрольная работа (1 семестр)

Примерные задания контрольной работы

Задание 1. а) Выполнить действия над комплексными числами: $(4+5i)^2 \cdot (5-4i)$;

б) Записать комплексное число $z = \dfrac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i}$ в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Найти z^3 и $\sqrt[3]{z}$.

Задание 2. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Найти:

а) $A \cdot B$ и $B \cdot A$;

б) $B \cdot C$ и $C^T \cdot B^T$

Задание 3. Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными $\begin{cases} 2x + y - z = 5, \\ 3x + 3y - 2z = 8, \\ x + y + z = 6. \end{cases}$

Требуется:
а) найти её решения с помощью формул Крамера;
б) записать систему в матричном виде и решить её средствами матричного исчисления;
в) решить систему методом Гаусса.

Задание 4. Исследовать систему на совместность и в случае совместности найти все ее решения:

$$\text{а)}\ \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ -3x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ -2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 4. \end{cases}$$

Задание 5. По координатам вершин A (3; – 2; 2), B (1; – 3; 1), C (2; 0; 4), D (6; – 4; 6) пирамиды ABCD найти:
а) длины ребер AB и AC;
б) угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$;
в) объем пирамиды ABCD;
г) высоту, опущенную из вершины D на грань ABC;
д) уравнение прямой AB;
е) уравнение плоскости *BCD*;
ж) синус угла между прямой *AB* и плоскостью *BCD*;
з) косинус угла между плоскостью *xOy* и плоскостью *BCD*.

Задание 6. Написать разложение вектора $\bar{x}$ по векторам $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$, если $\bar{x} = (5,8,6)$, $\bar{p} = (2,3,1)$, $\bar{q} = (1,3,1)$, $\bar{r} = (-1,-2,1)$.

Задание 7. Составить канонические уравнения:
а) эллипса, большая полуось которого равна 3, а фокус находится в точке $F(\sqrt{5},0)$;
б) гиперболы с мнимой полуосью равной 2, и фокусом $F(-\sqrt{13},0)$;
в) параболы, имеющей директрису $x = -3$.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст]: учебник для вузов / Д.В. Беклемишев .- 12-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2009. – 312 с.
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. – М.: МЦНМО, 2001. – Ч. 1. Основы алгебры. – 273 с.
3. Сикорская, Г.А. Курс лекций по алгебре и геометрии [Текст]: учеб. пособие для вузов / Г.А. Сикорская; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. Агентство по образованию, Гос. образоват. Учреждение высш. Проф. Образования «Оренбург. Гос. ун-т». – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2007. – 374 с.
4. Сикорская, Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии / Г.А. Сикорская; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург: ОГУ. - 2017. - ISBN 978-5-

7410-1943-6. - 304 с- Загл. с тит. экрана. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/61594_20180117.pdf

5.2 Дополнительная литература

1. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Текст]: справ. Пособие к решению задач / А. А. Гусак.- 4-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2006, 2008. – 288 с.
2. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – ISBN 5-9221-0134-4.
3. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – М.: Физматлит, 1988, 2003, 2007. – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). – ISBN 978-5-9221-0511-8.
4. Казакова, О.Н. Алгебра, геометрия и начала анализа [Электронный ресурс]: практикум для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 18.03.01 Химическая технология, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья, 19.03.03 Продукты питания животного происхождения, 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, 35.03.08 Водные биоресурсы и аквакультура / О. Н. Казакова, Т. А. Фомина; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2019. - ISBN 978-5-7410-2383-9. - 170 с Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/114369_20191202.pdf
5. Практикум по линейной и тензорной алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 03.03.02 Физика, 03.03.03 Радиофизика / [О. Н. Казакова и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург: ОГУ. - 2017. - ISBN 978-5-7410-1827-9. - 117 с- Загл. с тит. экрана. Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/45875_20170703.pdf
6. Просветов, Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения [Текст]: учеб.-практ. пособие / Г.И. Просветов.- 2-е изд., доп. – М.: Альфа-Пресс, 2009. – 208 с. – Библиогр.: с. 202. – ISBN 978-5-94280-421-3.
7. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст]: учеб. пособие для вузов / И.В. Проскуряков .- 9-е изд. – М. : Бином, 2005. – 383 с. – (Классический университетский учебник) – ISBN 5-94774-209-8.

5.3 Периодические издания

Работа с периодическими изданиями **не предусмотрена**.

5.4 Интернет-ресурсы

https://universarium.org/catalog - курс лекций по высшей математике
https://www.lektorium.tv/mooc - «Лекториум», МООК: «Линейная алгебра»
https://www.coursera.org/ - «Coursera»;
https://openedu.ru/ - «Открытое образование»;
https://universarium.org/ - «Универсариум»;
https://www.lektorium.tv/ - «Лекториум»;

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

1. Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.
2. LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.
3. Система управления учебным процессом Moodle, свободно распространяемая.
4. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.
5. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО.
6. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования (АИССТ). Режим доступа: https://aist.osu.ru/cgi-bin/auth.cgi

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.