Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математики и цифровых технологий

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
(код и наименование направления подготовки)

Системы автоматизации технологических процессов и производств
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2024

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

математики и цифровых технологий
наименование кафедры

протокол № 6 от "19" февраля 2024 г.

Заведующий кафедрой
математики и цифровых технологий _____ А.Е. Шухман
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнитель:
Старший преподаватель _____ А.В. Михляева
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств _____ Д.А. Проскурин
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству института
_____ И.В. Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Михляева А.В., 2024
© ОГУ, 2024

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины:

– формирование у студентов готовности к решению учебно-профессиональных задач в области алгебры и геометрии, необходимых для использования в других дисциплинах;

– формирование соответствующих компетенций согласно требованиям основной образовательной программы.

Задачи:

– приобретение обучающимися знаний в области теоретических основ линейной алгебры, аналитической геометрии, как теоретической базы для изучения последующих дисциплин профессионального цикла;

– приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике с применением интерактивных методов и закреплением умений и навыков решения типовых задач, соответствующих изучаемым разделам.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.12 Информатика, Б1.Д.Б.13 Информационные технологии и программирование*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1-В-1 Знает основные естественнонаучные закономерности в профессиональной сфере ОПК-1-В-2 Формулирует задачу профессиональной сферы на формальном языке естественнонаучных и общеинженерных знаний ОПК-1-В-3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	**Знать:** теоретический материал линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии. **Уметь:** применять математические методы линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии при решении прикладных задач. **Владеть:** математическими методами решения задач линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоёмкость, академических часов	
	1 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**144**
Контактная работа:	**16,5**	**16,5**
Лекции (Л)	8	8
Практические занятия (ПЗ)	8	8
Промежуточная аттестация (зачёт, экзамен)	0,5	0,5
Самостоятельная работа: *– выполнение контрольной работы (КонтрР);* *– самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *– изучение разделов курса в системе электронного обучения;* *– подготовка к практическим занятиям;* *– подготовка к промежуточной аттестации)*	**127,5** +	**127,5**
Вид итогового контроля (зачёт, экзамен, дифференцированный зачёт)	**зачёт**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Комплексные числа	12	1	1		10
2	Матрицы и определители	22	1	1		20
3	Системы линейных уравнений	22	1	1		20
4	Векторная алгебра	12	1	1		10
5	Линейные пространства. Евклидовы пространства	30	1	1		28
6	Линейные операторы в линейном пространстве	22	1	1		20
7	Аналитическая геометрия на плоскости	12	1	1		10
8	Аналитическая геометрия в пространстве	12	1	1		10
	Итого:	144	8	8		128
	Всего:	144	8	8		128

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1. Комплексные числа. Понятие комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.

№ 2. Матрицы и определители. Матрицы. Виды матриц и операции над ними. Элементарные преобразования матриц, приведение к треугольному виду, транспонирование матриц; их свойства. Определители: формулы для вычисления определителей 1-ого, 2-ого, 3-его порядков. Свойства определителей. Дополнительный минор и алгебраические дополнения для элемента определителя, их свойства. Обратная матрица: определение, свойства, вычисление. Матричные уравнения. Ранг матрицы, базисный минор. Теоремы о ранге матрицы.

№ 3. Системы линейных уравнений. Системы m линейных уравнений с n неизвестными: основные определения, классификация, метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

№ 4. Векторная алгебра. Векторы в R^3: основные определения (равенство, коллинеарность, компланарность), линейные операции. Прямоугольная система координат в R^3, координаты вектора, действия над векторами, заданными в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов: определения, свойства, формулы для вычисления, приложения.

№ 5. Линейные пространства. Евклидовы пространства. Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Понятия линейной зависимости и независимости системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Линейное подпространство. Понятие евклидова пространства. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Ортонормированные системы векторов. Ортогонализация системы векторов.

№ 6. Линейные операторы в линейном пространстве. Линейные отображения. Представление линейных операторов матрицами. Обратимые линейные операторы. Характеристические уравнения. Собственные векторы. Собственные значения.

№ 7. Аналитическая геометрия на плоскости. Различные системы координат на плоскости и в пространстве. Уравнение линии на плоскости. Линии первого порядка на плоскости (уравнение прямой с угловым коэффициентом; условие параллельности и перпендикулярности двух прямых; общее уравнение прямой; уравнение прямой в полярных координатах; нормальное уравнение прямой). Линии второго порядка на плоскости (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

№ 8. Аналитическая геометрия в пространстве. Различные уравнения плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве (векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, канонические уравнения прямой, общие уравнения прямой). Уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной координатной оси. Цилиндры второго порядка (эллиптический цилиндр, гиперболический цилиндр, параболический цилиндр). Уравнение поверхности вращения. Поверхности второго порядка (эллипсоид; однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид).

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.	1
1	2	Матрицы, операции над матрицами. Вычисление определителей. Разложение по строке и столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица. Матричные уравнения. Ранг матрицы, базисный минор.	1
2	3	Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса, формула Крамера для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Применение обратных матриц для решения систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности неоднородной системы линейных уравнений.	1
2	4	Векторы. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов и их свойства. Векторное и смешанное произведения векторов; свойства.	1
3	5	Линейная зависимость, независимость системы векторов, критерий линейной зависимости системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Скалярное произведение векторов. Процесс ортогонализации.	1
3	6	Линейные отображения. Представление линейных операторов матрицами. Обратимые линейные операторы. Собственные векторы, собственные значения. Характеристическое уравнение.	1
4	7	Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках». Уравнение прямой в полярных координатах. Нормальное уравнение прямой.	1
4	8	Уравнение плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве (векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, канонические уравнения прямой, общие уравнения прямой).	1
		Итого:	8

4.4 Контрольная работа (1 семестр)

Примерные задания контрольной работы

Задание 1.

а) Выполнить действия над комплексными числами: $(4+5i)^2(5-4i)$;

б) Записать комплексное число $z=\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}$ в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Найти z^3 и $\sqrt[3]{z}$.

Задание 2.

Для матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -2 & 3 & 4\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 2\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}1\\ -3\\ 2\end{pmatrix}$. Найти: $A\cdot B$, $B\cdot A$, $B\cdot C$, $C^T\cdot B^T$.

Задание 3.

Дана система трёх линейных уравнений с тремя неизвестными $\begin{cases}2x+y-z=5,\\ 3x+3y-2z=8,\\ x+y+z=6.\end{cases}$

Требуется:

а) найти её решения с помощью формул Крамера;

б) записать систему в матричном виде и решить её средствами матричного исчисления;

в) решить систему методом Гаусса.

Задание 4.

Исследовать систему на совместность и в случае совместности найти все её решения: $\begin{cases}x_1-3x_2+2x_3=2,\\ -3x_1+x_2+3x_3=1,\\ -2x_1-2x_2+5x_3=4.\end{cases}$

Задание 5.

По координатам вершин $A(3;-2;2)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;0;4)$, $D(6;-4;6)$ пирамиды $ABCD$ найти:

а) длины рёбер AB и AC;

б) угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$;

в) объём пирамиды $ABCD$;

г) высоту, опущенную из вершины D на грань ABC;

д) уравнение прямой AB;

е) уравнение плоскости BCD;

ж) синус угла между прямой AB и плоскостью BCD;

з) косинус угла между плоскостью xOy и плоскостью BCD.

Задание 6.

Написать разложение вектора $\overline{x}$ по векторам $\overline{p}$, $\overline{q}$, $\overline{r}$, если $\overline{x}=(5,8,6)$, $\overline{p}=(2,3,1)$, $\overline{q}=(1,3,1)$, $\overline{r}=(-1,-2,1)$.

Задание 7. Составить канонические уравнения:

а) эллипса, большая полуось которого равна 3, а фокус находится в точке $F\left(\sqrt{5},0\right)$;

б) гиперболы с мнимой полуосью равной 2, и фокусом $F\left(-\sqrt{13},0\right)$;

в) параболы, имеющей директрису $x=-3$.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст]: учебник для вузов / Д.В. Беклемишев. – 12-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2009. – 312 с.

2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. – М.: МЦНМО, 2001. – Ч. 1. Основы алгебры. – 273 с.

3. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Текст]: учеб. для вузов / А.Г. Курош. – 18-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2011. – 432 с. – ISBN 978-5-8114-0521-3.

4. Усова, Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Текст]: учеб.-метод. пособие / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2010. – ISBN 978-5-7410-1089-1. – Ч. 2. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2010. – 182 с. – Библиогр.: с. 181. – ISBN 978-5-7410-1089-1.

5.2 Дополнительная литература

1. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Текст]: справ. пособие к решению задач / А.А. Гусак. – 4-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2006, 2008. – 288 с.

2. Ильин, В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – ISBN 5-9221-0134-4.

3. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – М.: Физматлит, 1988, 2003, 2007. – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). – ISBN 978-5-9221-0511-8.

4. Просветов, Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения [Текст]: учеб.-практ. пособие / Г.И. Просветов. – 2-е изд., доп. – М.: Альфа-Пресс, 2009. – 208 с. – Библиогр.: с. 202. – ISBN 978-5-94280-421-3.

5. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст]: учеб. пособие для вузов / И.В. Проскуряков. – 9-е изд. – М.: Бином, 2005. – 383 с. – (Классический университетский учебник) – ISBN 5-94774-209-8.

6. Подготовка к контрольной работе по дисциплине "Линейная алгебра" [Электронный ресурс]: методические указания для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлениям подготовки 15.03.01 Машиностроение, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств / сост.: Н.В. Максименко, А.В. Михляева; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. математики и цифровых технологий. – Оренбург: ОГУ, 2023. – 20 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/195786_20231017.pdf

7. Казакова, О.Н. Алгебра, геометрия и начала анализа [Электронный ресурс]: практикум для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 18.03.01 Химическая технология, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья, 19.03.03 Продукты питания животного происхождения, 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, 35.03.08 Водные биоресурсы и аквакультура / О.Н. Казакова, Т.А. Фомина; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Оренбург: ОГУ, 2019. – ISBN 978-5-7410-2383-9. – 170 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/114369_20191202.pdf

8. Практикум по линейной и тензорной алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 03.03.02 Физика, 03.03.03 Радиофизика / [О.Н. Казакова и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Оренбург: ОГУ, 2017. – ISBN 978-5-7410-1827-9. – 117 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/45875_20170703.pdf

9. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 1. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 50 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2402_20110914.pdf

10. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 2. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 25 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2403_20110914.pdf

11. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 3. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 26 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2404_20110914.pdf

12. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 4. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 29 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2405_20110914.pdf

13. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 5. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 47 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2406_20110914.pdf

14. Усова, Л.Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л.Б. Усова, Д.У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 6. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 50 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2407_20110914.pdf

5.3 Периодические издания

Не предусмотрены

5.4 Интернет-ресурсы

Не предусмотрены

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1 Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО.

2 LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.

3 Система управления учебным процессом Moodle, свободно распространяемая.

4 Программная система для организации видео-конференц-связи MTS Link.

5 Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО.

6 Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования (АИССТ). Режим доступа: https://aist.osu.ru/cgi-bin/auth.cgi

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключённой к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.