Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.12.2 Математический анализ»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
09.03.04 Программная инженерия
(код и наименование направления подготовки)

Разработка программно-информационных систем
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Заочная

Год набора 2024

2148599

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.12.2 Математический анализ*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 9 от "22" февраля 2024г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Доцент кафедры прикладной математики И.В. Крючкова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
09.03.04 Программная инженерия
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
Н.Н. Бигалиева / Е.А. Биктимирова
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
И.В. Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Крючкова И.В., 2024
© ОГУ, 2024

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

формирование у студентов в области выбранного профиля подготовки основных представлений в области математического анализа, необходимых для использования в других математических дисциплинах; получение основных навыков решения задач математического анализа.

Задачи:

изучение пределов и дифференциального исчисления, включая исследование функций и построение их графиков; интегрального исчисления, включая неопределенные интегралы, определенные интегралы, несобственные интегралы; основ дифференциального исчисления функций многих переменных; теории рядов; основ гармонического анализа; основ теории дифференциальных уравнений.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.В.7 Программная инженерия задач вычислительной математики, Б1.Д.В.14 Моделирование информационных процессов, Б1.Д.В.Э.1.2 Проектирование человеко-машинного интерфейса*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1-В-1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования ОПК-1-В-2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ОПК-1-В-3 Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	**Знать:** основные положения соответствующих разделов математического анализа, необходимые для освоения теории информатики и других математических дисциплин: теория пределов и дифференциального исчисления, включая исследование функций и построение их графиков; интегральное исчисление, включая неопределенные интегралы, определенные интегралы, несобственные интегралы; основы дифференциального исчисления функций многих переменных; теория ря-

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		дов; основы гармонического анализа; основы теории дифференциальных уравнений. **<u>Уметь:</u>** решать стандартные задачи, соответствующие изучаемым разделам математического анализа. **<u>Владеть:</u>** самостоятельного применения теоретических знаний в практическом решении задач, самостоятельного изучения математической литературы, необходимого при исследовании объектов профессиональной деятельности.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	1 семестр	2 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**180**	**324**
Контактная работа:	**16,5**	**17,5**	**34**
Лекции (Л)	8	8	16
Практические занятия (ПЗ)	8	8	16
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5	1
Самостоятельная работа: *- выполнение контрольной работы (КонтрР);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий);* *- подготовка к практическим занятиям;* *- изучение разделов курса в системе электронного обучения.*	**127,5** +	**162,5** +	**290**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**зачет**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Последовательности. Предел и непрерывность функции действительной переменной	28	2	2		24
2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	32	2	2		28
3	Исследование функций	28	2	0		26
4	Неопределенный интеграл	29	1	2		26
5	Определенный интеграл	27	1	2		24
	Итого:	144	8	8		128

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6	Функции нескольких переменных	52	2	4		46
7	Числовые и функциональные ряды	48	2	2		44
8	Гармонический анализ	32	2	0		30
9	Основы дифференциальных уравнений	48	2	2		44
	Итого:	180	8	8		164
	Всего:	324	16	16		292

4.2 Содержание разделов дисциплины

1 Последовательности. Предел и непрерывность функции действительной переменной

Предмет и метод математического анализа. Основные математические символы. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. *O*-символика. Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

2 Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной. Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций.

3 Исследование функций

Условия монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое условие и достаточные условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

4 Неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

5 Определенный интеграл

Определенный интеграл, его свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические и механические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов. Понятие о двойном и тройном интегралах. Их свойства. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.

6 Функции нескольких переменных

Пространство R^n. Открытые, замкнутые, линейно связанные, выпуклые множества. Компактность. Сходимость в R^n. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных на компактах. Частные производные. Дифференцируемость. Полный дифференциал. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость к поверхности. Производная по направлению. Градиент. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

7 Числовые и функциональные ряды

Числовой ряд. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Ряды с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Почленное дифференцирование и интегрирование равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Разложение функций в степенные ряды. Формулы Эйлера.

8 Гармонический анализ

Нормированные пространства, бесконечномерные евклидовы пространства. Сходимость по норме. Ортогональные и ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. Ряды Фурье по ортогональным системам. Минимальное свойство частных сумм рядов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля-Стеклова. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Дирихле.

9 Основы дифференциальных уравнений

Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные и однородные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Теорема существования и единственности решения. Уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Предел и непрерывность функции действительной переменной	2
2	2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	2
3	4	Неопределенный интеграл	2
4	5	Определенный интеграл	2
5	6	Функции нескольких переменных	4
6	7	Числовые и функциональные ряды	2
7	9	Основы дифференциальных уравнений	2
		Итого:	16

4.4 Контрольная работа (1, 2 семестры)

Пример варианта контрольной работы 1 семестр

1. Найти предел функции $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$

$f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$; $x_0 = -1$

$f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$; $x_0 = 1$

$f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$; $x_0 = \infty$

2. Найти предел функции $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \dfrac{3}{2x - 1}\right)^{4x+1}$

3. Исследовать функцию $f(x)$ на непрерывность, определить характер точек разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{3}(x+3), & \text{если } -\infty < x < 0 \\ \dfrac{4}{9}(x-3)^2, & \text{если } 0 \le x \le 3 \\ 4x, & \text{если } 3 < x < +\infty \end{cases}$$

4. Найти производную функции:

$y = x^2 - 4x^3 - \dfrac{3}{\sqrt[3]{x}} + \dfrac{1}{x^2}$

$y = \cos(x - 4)\sin(3x + 5)$

$$y = \frac{tgx}{17x - 4}$$

5. Вычислить предел, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \to 0} \frac{6Sin2x - 12x}{x^3}$$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x + 1, \quad [1, 7]$

7. Провести полное исследование функции и построить ее график: $y = \frac{x^3 - 4}{x^2}$

8. Найти неопределенные интегралы. Результаты интегрирования проверить дифференцированием:

$$\int \left(\frac{2x^3}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^4} + \frac{2}{x} - 3\right)dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2 - 2x)}}$$

$$\int \frac{xdx}{1 - 5x^2}$$

$$\int \cos(5x - 3)\, dx$$

9 . Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{xdx}{\sin^2(x^2)}$

10.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$x^2 = y + 5 \quad x^2 = -y + 4$

Пример варианта контрольной работы 2 семестр

1. Вычислить значения частных производных данной функции в точке M_0: $f(x, y, z) = \ln(x^2 + 2xy - 3xz)$, $M_0(1; -1; -1)$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = \arcsin\frac{x}{y}$

3. Исследовать на экстремум функцию $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения и решить задачу Коши: $\frac{y'}{7y - x} = 3, y(1) = 2$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' = 2x - 1$

6. Исследовать сходимость числового ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - 3n + 3}{1 - 2n + 3n^2}$

7. Исследовать сходимость числового ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$

8. Исследовать сходимость числового ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{n+1}$

9. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n}$

10. Разложить в ряд Фурье функцию $y = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1, x > 0 \end{cases}$

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. *Бугров, Я.С. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст]: учебник для вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – 3-е изд; испр. – М.: Наука, 1988. – 431 с. :ил.*
2. *Демидович, Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст] для втузов: учеб. пособие для втузов / под ред. Б. П. Демидовича . - М. : Наука, 1978. - 479 с.:ил.*

5.2 Дополнительная литература

1. Бугров, Я.С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. [Текст]: учебник для вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – 2-е изд., перераб., доп. – М.: Наука, 1985. – 464 с.: ил.

2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч.: учеб. пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова . - 5-е изд., испр. - М. : Высш. шк., 1996. Ч. 1 : . - , 1996. - 304 с. : ил.

3. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч.: учеб. пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова . - 5-е изд., испр. - М. : Высш. шк., 1996. Ч. 2 : . - 416 с. : ил.

4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике [Текст] : типовые расчеты: учеб. пособие / Л. А. Кузнецов.- 9-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2007. - 240 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) - ISBN 978-5-8114-0574-9.

5.3 Периодические издания

Не предусмотрены

5.4 Интернет-ресурсы

5.4 Интернет-ресурсы

https://www.lektorium.tv/lecture/26553 – «Лекториум», МООК: Курс лекций по математическому анализу.
https://openedu.ru/course/urfu/CALC/?session=spring_2024 - «Открытое образование», МООК: Курс по математическому анализу;
https://www.edx.org/course/bases-matematicas-integrales - «EdX», МООК: Курс по математическому анализу (на англ.языке);
http://mathhelpplanet.com/ - Математический форум с обсуждением и решением задач.
http://www.mathnet.ru/ - Общероссийский математический портал Math-Net.Ru.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС
2. Пакет офисных приложений LibreOffice
3. Программная система для организации видео-конференц-связи Webinar.ru
4. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования - АИССТ (зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610456, правообладатель – Оренбургский государственный университет), режим доступа - http://aist.osu.ru.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.