Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.В.6 Теория оптимального управления»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Прикладное программирование и корпоративные информационные системы
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2024

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.В.6 Теория оптимального управления*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
наименование кафедры

протокол № 9 от "22" февраля 2024 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Зав. кафедры ПМ, профессор _____ И.П. Болодурина
должность *подпись* *расшифровка подписи*

Доцент кафедры прикладной математики _____ Ю.П.Луговскова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика _____
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ Н.Н. Бигалиева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
_____ И.В.Крючкова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Болодурина И.П., 2024
© Луговскова Ю.П., 2024
© ОГУ, 2024

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: овладение теоретико-практической математической базой, направленной на изучение основ теории оптимального управления при моделировании динамических процессов; рассмотрение общих принципов построения необходимых и достаточных условий оптимальности и их применение к исследованию задач оптимального управления динамическими процессами непрерывной и дискретной природы.

Задачи:

- освоение математических подходов, методов, принципов моделирования оптимальных систем управления динамическими процессами, их аналитического и численного решения на базе современных компьютерных технологий;
- приобретение навыков содержательной интерпретации результатов приближенных решений, полученных при управлении динамическими процессами;
- рассмотрение различных постановок прикладных задач теории оптимального управления, их содержательной интерпретации, области применимости, методов их решения.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам (модулям) вариативной части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.15 Математический анализ, Б1.Д.Б.16 Алгоритмы и алгоритмические языки, Б1.Д.Б.18 Языки программирования, Б1.Д.Б.22 Дифференциальные уравнения, Б1.Д.Б.27 Численные методы, Б1.Д.Б.28 Методы оптимизации*

Постреквизиты дисциплины: *Б2.П.В.П.1 Производственная практика (научно-исследовательская работа), Б2.П.В.П.2 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ПК*-1 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты современных научных исследований, а также проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК*-1-В-1 Имеет представление о приемах и способах сбора, методах и алгоритмах обработки и интерпретации материалов современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным проблемам ПК*-1-В-3 Выбирает методы проведения исследований и осуществляет качественный и количественный анализ собранных данных в конкретной области профессиональной деятельности ПК*-1-В-4 Интерпретирует результаты научных исследований и формирует выводы при решении прикладных задач ПК*-1-В-5 Демонстрирует навыки	**Знать:** -основные понятия и инструментарий, относящийся к теории оптимального управления; - необходимые и достаточные условия оптимальности, применяемые при решении задач оптимального управления; - численные методы решения задач оптимального управления; -способы организации самостоятельной работы при решении задач оптимально-

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	проведения под научным руководством локальных исследований на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	го управления динамическими процессами **Уметь:** -самостоятельно применять необходимые и достаточные условия для аналитического и численного решения практических задач оптимального управления и анализировать полученные результаты в соответствии с теорией оптимального управления; **Владеть:** -компьютерными технологиями и современными программными средствами для реализации различных методов и алгоритмов при решении задач оптимального управления динамическими процессами; - навыками проведения под научным руководством локальных исследований на основе существующих методов теории оптимального управления

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	6 семестр	7 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**144**	**288**
Контактная работа:	**67,25**	**35,5**	**102,75**
Лекции (Л)	34	18	52
Практические занятия (ПЗ)	16		16
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	32
Консультации	1		1
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,5	0,75
Самостоятельная работа: *- выполнение курсовой работы (КР);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;*	**76,75**	**108,5** +	**185,25**

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	6 семестр	7 семестр	всего
- изучение разделов курса в системе электронного обучения; *- подготовка к лабораторным занятиям;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к рубежному контролю*			
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	**зачет**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Постановка и формализация задач оптимального управления динамическими системами	35	10	8	-	17
2	Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления. Математические и вычислительные аспекты методов и алгоритмов решения задач оптимального управления на основе необходимых условий оптимальности	37	8	8	-	21
3	Необходимое условие оптимальности в дискретных задачах оптимального управления.	35	8	-	6	21
4	Численные алгоритмы решения задач оптимального управления.	37	8	-	10	19
	Итого:	144	34	16	16	78

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Линейная задача оптимального быстродействия	45	4	-	4	37
6	Связь принципа максимума и вариационного исчисления	39	4	-	2	33
7	Оптимальное управление при решении практических задач	46	8	-	8	30
8	Особые оптимальные управления	14	2	-	2	10
	Итого:	144	18		16	110
	Всего:	288	52	16	32	188

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1 Постановка и формализация задач оптимального управления динамическими системами

Исходные данные для постановки задач оптимального управления (ЗОУ): модель описания динамического объекта в пространстве состояний, граничные условия, ограничения, виды функционалов качества. Классификация задач оптимального управления по способу задания ограничений и виду критерия оптимизации (задачи Лагранжа, Больца, Майера, задачи быстродействия, стабилизации, с не-

фиксированным временем). Примеры постановок ЗОУ. Общая постановка задач оптимального управления. Определение допустимого процесса, оптимального решения. Задача оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Разрывная задача оптимального управления.

Раздел 2 Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления. Математические и вычислительные аспекты методов и алгоритмов решения задач оптимального управления на основе необходимых условий оптимальности

Необходимые условия оптимальности для задачи со свободным правым концом и фиксированным временем. Необходимые условия оптимальности для задачи Больца. Алгоритм построения оптимального управления в случае его существования и единственности. Принцип максимума Понтрягина для задачи Майера со свободным правом концом и заданным временем. Принцип максимума Понтрягина для задачи Больца. Краевая задача принципа максимума. Алгоритм построения оптимального управления. Недостаточность принципа максимума. Метод множителей Лагранжа для задачи оптимального управления. Принцип максимума для задач с произвольным временем окончания процесса управления. Принцип максимума для задач с изопериметрическими ограничениями Непрерывность функции Гамильтона на оптимальном управлении и траектории. Свойство производных функции Гамильтона. Метод множителей Лагранжа в дискретной задаче оптимального управления со смешанными ограничениями. Методы основанные на необходимых условиях оптимальности: итерационный метод, метод проекции градиента. Учет граничных условий и фазовых ограничений в дискретной задаче оптимального управления методом штрафных функций.

Раздел 3 Необходимое условие оптимальности в дискретных задачах оптимального управления.

Дискретный принцип максимума. Метод множителей Лагранжа в дискретной задаче оптимального управления со смешанными ограничениями.

Раздел 4 Численные алгоритмы решения задач оптимального управления.

Численные методы решения задач оптимального управления, основанные на необходимых условиях оптимальности: итерационный метод, метод проекции градиента. Учет граничных условий и фазовых ограничений в дискретной задаче оптимального управления методом штрафных функций.

Раздел 5 Линейная задача оптимального быстродействия.

Постановка линейной задачи оптимального управления. Условие общности положения. Теорема о конечном числе переключений в оптимальном управлении. Теорема о количестве переключений для линейной задачи быстродействия. Достаточные условия оптимальности в линейной задаче быстродействия. Условия существования оптимального управления в линейной задаче оптимального быстродействия.

Раздел 6 Связь принципа максимума и вариационного исчисления.

Задачи вариационного исчисления. Необходимое условие Эйлера для решения вариационного исчисления. Возможные формулировки условий теоремы Эйлера. Связь теоремы Эйлера вариационного исчисления и теоремы Понтрягина оптимального управления. Задача Больца в вариационном исчислении

Раздел 7 Оптимальное управление при решении практических задач

Модель регулирования трудовыми ресурсами. Классический пример Понтрягина с лодкой. Модель Рамсея. Модель оптимального потребления. Задача оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике.

Раздел 8 Особые оптимальные управления

Понятие особого оптимального управления для некоторой задачи оптимального управления. Особый режим. Построение особого оптимального управления. Необходимые условия оптимальности особого управления. Необходимые условия Келли оптимальности особого управления. Необходимые условия Коппа-Мойера. Примеры. Четеринг-режимы. Пример построения четеринг-режима для некоторой задачи.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1-3	3	Применение принципа максимума к решению дискретных задач.	6
4-8	4	Программная реализация дискретного принципа максимума в задаче оптимального управления с ограничениями на управление. Метод проекций градиентов.	10
9-10	5	Линейная задача оптимального быстродействия	4
11	6	Задачи вариационного исчисления, их связь с принципом максимума	2
12-15	7	Нахождения оптимального процесса для реальных задач.	8
16	8	Исследование особых оптимальных управлений для некоторых моделей оптимального управления. Решение задачи оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике.	2
		Итого:	32

4.4 Практические занятия (семинары)

№ ПЗ	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1-3	1	Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Простейшая система «хищник-жертва». Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта. Примеры построения конкретных моделей управляемых процессов экономической и физической природы. Простейшая система «хищник-жертва». Задача оптимального распределения капитальных вложений на заданном интервале планирования. Задача о прямолинейном движении управляемого физического объекта.	8
4-6	2	Нахождение оптимального программного управления на основе необходимых условий оптимальности.	8
		Итого:	16

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.5 Курсовая работа (7 семестр)

Целью курсового проектирования является моделирование реальных процессов и построение оптимальных режимов на основе методов теории оптимального управления, а также содержательная интерпретация полученных результатов.

Примерные темы курсовой работы:

1) Оптимальное управление процессом производства, хранения и реализации товаров;
2) Оптимизация процесса рыбной ловли;
3) Моделирование процесса распространения заболеваний;
4) Оптимальное управление трехотраслевой экономикой;
5) Оптимальная политика в области рекламной деятельности;
6) Оптимальное управление температурным режимом;
7) Управление процессом распространения заболеваний с помощью введения карантина;
8) Управление системой «хищник-жертва» с учетом внутривидовой конкуренции;
9) Моделирование процесса очистки воды от загрязнения органическими отходами.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Андреева, Е. А. Математическое моделирование [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. - Тверь : ТвГУ, 2004. - 502 с.

2. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 "Математические методы в экономике" / Б. А. Лагоша, Т. Г. Апалькова.- 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008. - 224 с. - ISBN 978-5-279-03183-2.

3. Болодурина, И. П. Теория оптимального управления [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика / И. П. Болодурина [и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ОГУ. - 2016. - ISBN 978-5-7410-1505-6. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/10770_20160608.pdf

4. Андреева, Е.А., Болодурина, И.П., Арапова, О.С., Огурцова, Т.А. Математическое моделирование и оптимальное управление: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 151 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления – М.: Высш. шк., 2003. – 614 с.

2. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление [Текст] : учебник для втузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко.- 3-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 488 с. - (Математика в техническом университете ; вып. XV). - Библиогр.: с. 475-479. - Предм. указ.: с. 480. - ISBN 5-7038-2484-2.

3. Галеев Э.М., Осмоловский Н.П., Тихомиров В.М. Оптимальное управление – М.: МЦНМО, 2008. – 320 с.

4. Осмоловский Н. П. Оптимальное управление [Электронный ресурс] / под ред. Н. П. Осмоловский, В. М. Тихомиров. – Москва: МЦНМО, 2008. – 320 с. – ISBN 978-5-94057-367-8. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270 .

5. Основы теории оптимального управления./В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов и др. – М.: Высш.шк., 1990.

5.3 Периодические издания

1 Математическое моделирование : журнал. - М. : АРСМИ.
2 Прикладная математика и механика : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"
3. Информационные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"
4. Вестник компьютерных и информационных технологий : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"
5. Мехатроника, автоматизация, управление : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"

5.4 Интернет-ресурсы

http://www.exponenta.ru/ - Математический сайт с большим количеством методических материалов по высшей математике и математическим компьютерным пакетам
http://www.math.ru/ - Научно-популярный математический сайт
http://www.intuit.ru – сайт Интернет-университета информационных технологий, представляет учебные курсы по разным областям ИТ
http://allmatematika.ru/ - Форум по математике;
http://www.edu.ru/ - Федеральный портал «Российское образование»;
http://www.orenport.ru/ - Региональный портал образовательного сообщества Оренбуржья;
http://www.msu.ru - Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова
«Differential Equations for Engineers» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе https://www.coursera.org / Разработчик курса: The Hong Kong University of Science and Technology режим доступа: https://www.coursera.org/learn/differential-equations-engineers

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система Microsoft Windows

2. Open Office/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения.

3. Яндекс.Браузер - браузер, созданный компанией «Яндекс» на основе движка (бесплатная версия) Режим доступа: https://browser.yandex.ru

4. Nature Publishing Group [Электронный ресурс] : реферативная база данных. - Режим доступа: http://www.nature.com/siteindex/index.html, в локальной сети ОГУ.

5. Аналитическая платформа Deductor Academic: Бесплатная версия, предназначенная только для образовательных целей / Компания BaseGroup Labs – Режим доступа к системе в сети ОГУ для установки системы: https://basegroup.ru/deductor/download

6. SCOPUS [Электронный ресурс] : реферативная база данных / компания Elsevier. – Режим доступа: https://www.scopus.com/, в локальной сети ОГУ.

7. Большая советская энциклопедия [Электронный ресурс]: универсальная справочная энциклопедия международного уровня. – Режим доступа: https://bigenc.ru/ в локальной сети ОГУ.

8. Web of Science [Электронный ресурс]: реферативная база данных / компания Clarivate Analytics. – Режим доступа: http://apps.webofknowledge.com/ в локальной сети ОГУ.

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.