Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра компьютерной безопасности и математического обеспечения информационных систем

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.40 Теоретико-числовые методы в криптографии»

Уровень высшего образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Специальность
10.05.01 Компьютерная безопасность
(код и наименование специальности)

специализация №3 «Разработка защищенного программного обеспечения»
(наименование направленности (профиля)/специализации образовательной программы)

Квалификация
Специалист по защите информации

Форма обучения
Очная

Год набора 2025

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.40 Теоретико-числовые методы в криптографии*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра компьютерной безопасности и математического обеспечения информационных систем
наименование кафедры

протокол № 7 от "21" февраля 2025 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра компьютерной безопасности и математического обеспечения информационных систем — И.В. Влацкая
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Доцент — Е.И. Ларионова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по специальности
10.05.01 Компьютерная безопасность — И.В. Влацкая
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
Н.Н. Бигалиева / С.А. Бикташева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
С.Н. Морозова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Ларионова Е.И., 2025
© ОГУ, 2025

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: является систематизация и расширение знаний студентов в области целых чисел и многочленов над конечными полями, овладение методами теории чисел, имеющими криптографические приложения.

Задачи освоения дисциплины состоят в изучении теории чисел, теории многочленов над конечными полями, основ компьютерной алгебры и решении задач из перечисленных областей, востребованных криптографией.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.14 Алгебра*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.38 Методы и средства криптографической защиты информации, Б1.Д.В.2 Технология построения защищенных автоматизированных систем*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-10 Способен анализировать тенденции развития методов и средств криптографической защиты информации, использовать средства криптографической защиты информации при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-10-В-1 Умеет корректно использовать криптографические алгоритмы на практике при решении задач криптографическими методами ОПК-10-В-2 Владеет навыками использования типовых криптографических алгоритмов ОПК-10-В-4 Умеет проводить анализ криптографических протоколов, в том числе с использованием автоматизированных средств ОПК-10-В-5 Владеет подходами к разработке и анализу безопасности криптографических протоколов	**Знать:** способы представления действительных чисел цепными дробями, критерии простоты и их использование для факторизации натуральных чисел, алгоритмы проверки чисел на простоту; построения больших **Уметь:** применять алгоритмы разложения чисел на множители **Владеть:** навыками применения теории чисел в криптографии и других дисциплинах

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	5 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**144**
Контактная работа:	**69,25**	**69,25**
Лекции (Л)	34	34
Практические занятия (ПЗ)	34	34
Консультации	1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
Самостоятельная работа: *- выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ);* *- написание реферата (Р);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к рубежному контролю и т.п.)* *- изучение разделов курса в системе электронного обучения*	**74,75**	**74,75**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Теория делимости.	41	12	4		25
2	Сравнения и их свойства. Первообразные корни и индексы	51	12	14		25
3	Основы компьютерной алгебры	52	10	16		26
	Итого:	144	34	34		76
	Всего:	144	34	34		76

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел №1. Теория делимости. Простые и составные числа Свойства делимости целых чисел; простые числа; решето Эратосфена; теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Основная теорема арифметики о разложении целых чисел на простые сомножители; наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Оценки Чебышева для функции числа простых чисел, не превосходящих x. Арифметические функции Арифметические функции: целая и дробная часть числа. Разложение числа n! на простые множители. Мультипликативные функции. Функция Эйлера и ее свойства; сумма делителей и число делителей. Оценки среднего значения арифметических функций.

Раздел 2. Сравнения и их свойства. Сравнения с одной переменной. Системы сравнений Повторение: Числовые сравнения, их основные свойства. Вычеты и классы вычетов по модулю m; кольца классов вычетов; полная система вычетов; приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и

Ферма. Сравнения первой степени с одним неизвестным, простейшие приемы решений. Квадратичные вычеты и невычеты; число решений сравнения: критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов. Степенные вычеты и невычеты n-ой степени; число степенных вычетов; критерий для отыскания степенных вычетов; решение двучленных сравнений с помощью вычетов. Системы сравнений; их решения. Сравнения n-ой степени по составному модулю; сведение сравнения по составному модулю к системе сравнений по простому модулю; сравнения второй степени: сведение сравнения второй степени к двучленному сравнению. Символ Лежандра и его свойства; закон взаимности квадратичных вычетов; сравнения второй степени по составному модулю. Первообразные корни и индексы Первообразные корни и индексы: показатель числа по модулю m; свойства показателей; теорема о существовании первообразного корня по простому модулю; первообразные корни по модулям p и 2p; теорема об отыскании первообразных корней; индексы по модулям p и 2p; таблицы индексов; двучленные сравнения n-ой степени; существование решений.

Раздел 3. Многочлены над (конечными) полями Повторение: основные понятия и теоремы теории многочленов над полем. Неприводимые многочлены над конечным полем. Строение конечных полей. Порядок многочлена. Нахождение НОД. Разложение полинома на простые множители по модулю p. Разложение полинома над Z. Основы компьютерной алгебры Компьютерная алгебра (КА) как наука, ее отличительные особенности. Системы компьютерной алгебры (обзор).Представление данных в системах КА: представление целых чисел, дробей, вещественных чисел, представление полиномов. Возможности оптимизации вычислительных операций. Целые числа произвольной точности, алгоритмы для сложения, вычитания, умножения и деления. Восстановление целого числа по остаткам. Деление в модулярной арифметике. Кольцо многочленов над кольцом с единицей. Сложность умножения двух многочленов. Интерполяция многочленов. Криптографические приложения теории чисел и теории многочленов (обзор) Алгоритм RSA. Вероятностные тесты простоты. Задача разделения секрета. Алгоритм Эль-Гамаля. Псевдослучайные последовательности над полем.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Генерация простых чисел в заданном диапазоне. Методы факторизации составных чисел, алгоритмы проверки простоты натурального числа	2
2	1	Греко-китайская теорема. Восстановление целого числа по остаткам. Определение знака целого числа, представленного вектором по смешанному модулю.	2
3	2	Символ Лежандра, символ Якоби. Сравнения второй степени по составному модулю.	2
4	2	Метод Ферма нахождения больших множителей натурального числа. Задача RSA.	4
5	2	Первообразные корни и индексы. Дискретное логарифмирование	8
6	3	Значение многочлена в точке. Корни многочлена. Интерполяция многочленов. Нахождение НОД. Разложение полинома на простые множители по модулю p. Порядок многочлена.	8
7	3	Период псевдослучайной последовательности.	6
8	3	Задача о безопасном хранении ключа	2
		Итого:	34

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел [Текст] : учебник для вузов / И.М. Виноградов.- СПб.: Лань, 2009. - 176 с.

2. Вычислительно сложные задачи теории чисел [Текст] : учебное пособие / Е. А. Гречников [и др.]; Мос. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - Москва : Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 312 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Колосов В.А. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики: Учеб. пособие для вузов / В.А. Колосов. - М.: Гелиос АРВ, 2001. - 256 с.

2. Матрос Д.Ш., Поднебесова Г.Б. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры. – М.: Академия, 2004.- 240 с.

5.3 Периодические издания

1 Информатика и системы управления: журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2024

2 Вестник компьютерных и информационных технологий: журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2024

3 Информационные технологии: журнал. - М. : Агентство "Роспечать", 2024

5.4 Интернет-ресурсы

1. www.citforum.ru/ - портал аналитических и научных статей в области информационных технологий;

2. www.rsdn.ru - сайт Российской сети разработчиков ПО, содержит статьи по современным средствам программирования;

3. «Нечеткие множества» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе https://openedu.ru/ - «Открытое образование»/ Разработчик курса: Университет ИТМО, режим доступа: https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/FUZSET/?session=self_2023

4. «Специализация Математика для инженеров» [Электронный ресурс]: онлайн-курс на платформе https://www.coursera.org / Разработчик курса: The Hong Kong University of science and technology режим доступа: https://www.coursera.org/specializations/mathematics-engineers-ru 8

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

справочные системы

1. Операционная система Astra Linux. «Astra Linux Special Edition» РУСБ.10015-01, лицензионный договор № А-2021-1374-ВУЗ от 28.05.2021

2. Open Office/LibreOffice - свободный офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения. 3. Интегрированная система решения математических, инженерно-технических и научных задач PTC MathCAD 14.0

4. Система автоматизированного проектирования Autocad: Электронные лицензии для образовательных целей доступны бесплатно после регистрации аккаунта преподавателя/студента. Режим доступа: https://www.autodesk.com/education/free-software/featured

5. Среда разработки программного обеспечения на языке Object Pascal для компилятора Free Pascal: Lazarus. Доступна бесплатно. Разработчики: Cliff Baeseman, Shane Miller, Michael A. Hess и др. Режим доступа: http://www.lazarus-ide.org/

6. Интегрированная среда разработки на Javas IntelliJ IDEA Community. Доступна бесплатно после регистрации преподавателя. Разработчик: компания JetBrains. Режим доступа: https://www.jetbrains.com/student/

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, оснащенных компьютерными и мультимедийными средствами. Рабочие станции студентов и преподавателя объединены в локальную компьютерную сеть с возможностью выхода в Интернет.

Лекционные занятия проводятся в аудиториях, оснащенных мультимедийным оборудованием.

Лабораторные занятия проходят в компьютерных классах, в которых установлено оборудование:

- системные блоки модели Intel Celeron;
- системные блоки модели Intel Pentium Core 2 Duo;
- мониторы модели Samsung 793 DF.