Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.16 Вычислительная математика»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

09.03.01 Информатика и вычислительная техника
(код и наименование направления подготовки)

Системы автоматизированного проектирования
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2025

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.16 Вычислительная математика*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем
наименование кафедры

протокол № № 7 от " 11 " марта 2025 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем — Д.В. Горбачев
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
старший преподаватель — Е.А.Шнякина
должность *подпись* *расшифровка подписи*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
09.03.01 Информатика и вычислительная техника — Д.А. Проскурин
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству факультета
С.Н. Морозова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Шнякина Е.А., 2025
© ОГУ, 2025

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

Формирование знаний по основам вычислительной математики, востребованных в задачах обработки информации в программно-информационных системах, и умений по программной реализации данных методов (формирование готовности бакалавров к проведению вычислительного эксперимента).

Задачи:

- формирование представления о вычислительном эксперименте как о методе исследования процессов и явлений, о перспективах его использования в будущей профессиональной деятельности;
- формирование знаний идей, расчетных формул, алгоритмов, характеристик базовых численных методов теории аппроксимации, алгебры, математического анализа и решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- формирование умений реализации численных методов на языках программирования высокого уровня;
- формирование умений интерпретации полученных результатов;
- формирование умений по сопоставлению методов и выбору оптимального для решения поставленной учебной задачи.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.10.1 Алгебра и геометрия, Б1.Д.Б.11 Физика, Б1.Д.Б.10.2 Математический анализ, Б1.Д.Б.13 Информатика, Б1.Д.Б.14 Основы программирования*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.В.6 Лингвистическое и программное обеспечение систем автоматизированного проектирования, Б1.Д.В.18 Оптимизация в системах автоматизированного проектирования*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-9 Способен осваивать методики использования программных средств для решения практических задач	ОПК-9-В-1 Знает классификацию программных средств и возможности их применения для решения практических задач ОПК-9-В-2 Умеет находить и анализировать техническую документацию по использованию программного средства, выбирать и использовать необходимые функции программных средств для решения конкретной задачи ОПК-9-В-3 Владеет способами описания методики использования программного средства для решения конкретной задачи в виде документа, презентации или	**Знать:** основную идею, расчетные формулы, алгоритм, условия применимости, включая оценки сходимости и устойчивости численных методов: 1) решения нелинейных уравнений; 2) решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ; 3) решения проблем собственных значений матриц; 4) решения систем нелинейных уравнений; 5) интерполирования функции; 6) восстановления функций; 7) интегрирования; 8) дифференцирования; 9) решения задачи Коши для обыкновенных

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	видеоролика	дифференциальных уравнений (ОДУ) **Уметь:** - разработать алгоритм реализации базовых численных методов; - реализовать численный метод с использованием ПК; - осуществить тестирование в заданном классе задач; - осуществить интерпретацию полученного результата и провести его качественную оценку. **Владеть:** Навыками программирования численных методов, разработки наборов тестовых данных и интерпретации полученных результатов.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**216**	**216**
Контактная работа:	**68,5**	**68,5**
Лекции (Л)	34	34
Практические занятия (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	16	16
Консультации	1	1
Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий	1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5
Самостоятельная работа: *- выполнение курсовой работы (КР);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- изучение разделов курса «Вычислительная математика» в системе электронного обучения;* *- изучение разделов массового открытого онлайн-курса «Вычислительная математика»;* *- подготовка к лабораторным занятиям;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к коллоквиумам;* *- подготовка к рубежному контролю и т.п.)*	**147,5** +	**147,5**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в математическое моделирование и вычислительный эксперимент	3	1			2
2	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	22	4	2	2	14
3	Численные методы линейной алгебры	68	11	6	8	43
4	Теория приближения функций в приложениях автоматизированных систем.	73	6	2	4	61
5	Численное интегрирование и дифференцирование	20	4	4		12
6	Численные методы решения дифференциальных уравнений	30	8	2	2	18
	Итого:	216	34	16	16	150
	Всего:	216	34	16	16	150

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел № 1 Введение в математическое моделирование и вычислительный эксперимент

Введение в математическое моделирование. Вычислительный эксперимент и его этапы; точность вычислительного эксперимента; понятие погрешности; классификация погрешностей вычислительного эксперимента; требования к вычислительным методам.

Раздел № 2 Численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений

Приближенное решение нелинейных уравнений

Постановка задачи. Отделение корней: аналитически, графически, табулирование. Уточнение корней: бисекций, Ньютона (касательных), хорд (секущих), простых итераций (расчетные формулы, алгоритм, геометрическая интерпретация, сходимость методов, сопоставление).

Приближенное решение систем нелинейных уравнений

Постановка задачи. Метод простых итераций. Скорость сходимости. Модификация: метод покоординатных итераций.

Раздел № 3 Численные методы линейной алгебры

Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Прямые методы

Постановка задачи. Метод Гаусса и его модификации. Применение метода Гаусса к вычислению определителей и обращению матриц. Решение СЛАУ на основе LU-разложения матриц. (LU-разложение, решение СЛАУ). Вычисление определителя с помощью LU-разложения. Метод скалярной 3^{x} точечной прогонки. Контроль точности решения СЛАУ. О вычислительных затратах прямых методов. Алгоритм разработки тестовых примеров. Устойчивость по правой части, устойчивость по матрице коэффициентов.

Итерационные методы

Общая схема итерационных методов. Оценка скорости сходимости. Метод Якоби, метод Зейделя. Условия сходимости. Метод верхней релаксации.

Численные методы решения проблемы собственных значений

Основные определения и сведения из матричной алгебры. Постановка задач полной и частичной проблемы собственных значений.

Численные методы решения частичной проблемы собственных значений

Степенной метод (поиск наибольшего по модулю собственного числа и соответствующего ему собственного вектора). Обратные итерации (поиск наименьшего по модулю собственного числа и соответствующего ему собственного вектора). Поиск второго по модулю собственного числа. Алгоритм метода скалярных произведений. Алгоритм метода частных Рэлея. Ускорение сходимости степенного метода.
Численные методы решения полной проблемы собственных значений

Преобразование подобия (основные сведения). LR-алгоритм решения полной проблемы собственных значений.

Раздел № 4 Теория приближения функций в приложениях автоматизированных систем.
Интерполирование функций

Постановка задачи интерполирования. Глобальная интерполяция алгебраическими многочленами (многочлены Лагранжа и Ньютона). Погрешность интерполирования. Сходимость итерационного процесса. Интерполирование сплайнами. Локальные кубические сплайны (эрмитовы). Нелокальные кубические сплайны.
Восстановление функций

Приближение функций. Подбор эмпирических формул. Постановка задачи. Этапы построения эмпирических формул. Метод наименьших квадратов. Локальное сглаживание данных.

Раздел № 5 Численное интегрирование и дифференцирование
Численное интегрирование
Постановка задачи численного интегрирования. Формулы левых, правых, средних прямоугольников. Оценка погрешности в малом, в целом. Вывод формулы трапеции, используя интерполяционный многочлен Лагранжа. Формула Симпсона (парабол). Погрешность квадратурных формул.
Численное дифференцирование
Постановка задачи. Построение формул численного дифференцирования, используя интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности формул численного дифференцирования. Устойчивость формул численного интегрирования и дифференцирования.

Раздел № 6 Численные методы решения дифференциальных уравнений
Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений (ОДУ)
Постановка задачи. Семейства одношаговых и многошаговых методов решения задачи Коши (Метод Эйлера, метод Рунге-Кутта). Оценка погрешности, скорости сходимости. m-шаговые разностные методы Адамса.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	2	Численное решение нелинейных уравнений	2
2	3	Численное решение СЛАУ с помощью прямых методов (Гаусса). Вычисление определителя. Построение обратной матрицы.	2
3	3	Метод скалярной трехточечной прогонки	2
4	3	Итерационные методы решения СЛАУ	2
5	3	Частичная проблема собственных значений	2
6	4	Интерполирование функций (Сплайн-интерполяция)	2
7	4	Восстановление функций методом наименьших квадратов	2
8	6	Численное решение задачи Коши для ОДУ	2
		Итого:	16

4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	2	Численное решение нелинейных уравнений	2
2	3	Прямые методы решения СЛАУ	2
3	3	Итерационные методы решения СЛАУ	2
4	3	Частичная проблема собственных значений	2
5	4	Интерполирование функций (Сплайн-интерполяция)	2
6	5	Численное интегрирование	2
7	5	Численное дифференцирование	2
8	6	Численное решение задачи Коши для ОДУ	2
		Итого:	16

4.5 Курсовая работа (3 семестр)

Обобщенная тема курсовой работы: «Программирование численных методов обработки табличной информации».

Примеры заданий

I.Для заданной последовательности точек, полученных экспериментально с некоторой погрешностью δ, вычислить значения в точках x^* одним из указанных методов:

1 интерполяционный многочлен Лагранжа;

2 интерполяция многочленом Ньютона (разделенные разности «вперед»);

3 интерполяция многочленом Ньютона (разделенные разности «назад»);

4 интерполяция эрмитовыми кубическими сплайнами (сплайн строится по значениям первой производной);

5 интерполяция эрмитовыми кубическими сплайнами (сплайн строится по значениям второй производной);

6 интерполяция нелокальным кубическим сплайном (1 тип граничных условий);

7 интерполяция нелокальным кубическим сплайном (2 тип граничных условий).

Полученные результаты отобразить графически, построив в одной системе координат исходные точки и интерполяционную функцию.

При реализации алгоритма разработать 2-3 набора тестовых данных и оценить на них правильность реализации алгоритма. Рассмотреть случаи, когда табличные значения функций заданы точно и с погрешностью δ.

II. Для заданной последовательности точек, полученных экспериментально с некоторой погрешностью δ, получить наиболее оптимальный вид эмпирической функции методом наименьших квадратов. Вычислить значения в указанных точках x^* с помощью наилучшего приближения эмпирической функции. Полученные результаты отобразить графически, построив в одной системе координат исходные точки и эмпирические функции.

При реализации алгоритма разработать 2-3 набора тестовых данных и оценить на них правильность реализации алгоритма. Рассмотреть случаи, когда табличные значения функций заданы точно и с погрешностью δ.

Структура курсовой работы

Титульный лист

Задание на выполнение курсовой работы

Содержание

Аннотация

Введение

1. Теоретическое обоснование решения задачи
   - 1.1 Постановка задачи интерполирования (восстановления функции)
   - 1.2 Описание метода
2. Описание программного средства
   - 2.1 Укрупнённая схема алгоритма программного средства
   - 2.2 Описание модулей/подпрограмм

3. Тестирование программного средства
   3.1 Описание тестовых наборов данных
   3.2 Счет, анализ и интерпретация результатов тестирования
4. Решение, анализ и интерпретация результатов поставленной задачи

Заключение

Список использованных источников

Приложение А Текст программы

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

5.1.1 Бахвалов, Н. С. Численные методы: учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; МГУ им. М. В. Ломоносова.-6-е изд. - М.: Бином, 2008. - 636 с. - (Классический университетский учебник). -ISBN 978-5-94774-815-4.

5.1.2 Вержбицкий В. М. Основы численных методов: учеб. для вузов/ В. М. Вержбицкий. – М.: Высш. школа, 2002. - 840 с. ил. - ISBN 5-06-004020-8.

5.2 Дополнительная литература

5.2.1 Олегин И.П. Введение в численные методы: учебное пособие/ И.П. Олегин, Д.А. Краснoруцкий.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. – 115 с. – ISBN 978-5-7782-3632-5. [Электронный ресурс]. –URL: https://lanbook.com/book/118322.

5.2.2 Алексеев А.А. Численные методы. Лабораторный практикум/ 2-е издание. – М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2021. [Электронный ресурс]. –URL: https://lanbook.com/book/176543.

5.2.3 Петухова, Т.П. Диагностические средства для оценки готовности студентов к проведению вычислительного эксперимента. Часть 1 Тестовые задания: учеб. пособие/ Т.П. Петухова, Е.А. Шнякина. –Оренбург. ООО «НикОс», 2011. –180 с. -ISBN 987 –5-4417-0005-4

5.3 Периодические издания

Журналы:

5.3.1 «Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика»;

5.3.2 «Вычислительные методы и программирование»;

5.3.3 «Информационные технологии»;

5.3.4 «Программная инженерия»;

5.3.5 «Вестник компьютерных и информационных технологий».

5.4 Интернет-ресурсы

5.4.1 Библиотека международного научно-образовательного сайта EqWorld. Мир математических уравнений. URL: http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm;

5.4.2 Интернет-университет информационных технологий. Введение в вычислительную математику. URL: https://intuit.ru/studies/courses/1012/168/info;

5.4.3 «Открытое образование», Каталог курсов, МООК: «Методы вычислительной математики». URL: https://openedu.ru/course/ ;

5.4.4 Интернет-университет информационных технологий. «Численные методы». URL: https://intuit.ru/studies/courses/2317/617/info

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

- Операционная система РЕД ОС;
- Пакет офисных приложений LibreOffice;
- Яндекс. Браузер - браузер, созданный компанией «Яндекс» на основе движка (бесплатная версия) Режим доступа: https://browser.yandex.ru.
- Свободная интегрированная среда разработки с открытым исходным кодом приложений (IDE) на языках программирования Java, Python, PHP, JavaScript, C, C++, Ада и ряда других, NetBeans. Доступна бесплатно – лицензия Apache License 2.0. IDE Разработчик NetBeans Community/ Режим доступа https://netbeans.apache.org//

Массовые открытые онлайн-курсы, рекомендуемые для самостоятельной работы, размещенные на платформах онлайн-обучения:

1. https://e.lanbook.com/books/915 - «ЭСБ издательства «Лань», Каталог курсов «Методы вычислительной математики».
2. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования – АИССТ (зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610456, правообладатель – Оренбургский государственный университет), режим доступа - http://aist.osu.ru

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, курсового проектирования, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой, удовлетворяющей требованиям к конфигурации аппаратного обеспечения используемых программ.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.