Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра математики и цифровых технологий

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

(код и наименование направления подготовки)

Системы автоматизации технологических процессов и производств

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Год набора 2025

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.15.1 Линейная алгебра*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

математики и цифровых технологий
наименование кафедры

протокол № 6 от "19" февраля 2025 г.

Заведующий кафедрой
математики и цифровых технологий _____ А. Е. Шухман
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнитель:
Старший преподаватель _____ А. В. Михляева
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств _____ Д. А. Проскурин
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ С.А. Бикташева
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству института
_____ С. Н. Морозова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Михляева А. В., 2025
© ОГУ, 2025

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины:

– ознакомление с основными понятиями линейной алгебры и аналитической геометрии, освоение методов и способов решения задач;

– формирование у студентов готовности к решению учебно-профессиональных задач в области линейной алгебры и аналитической геометрии, необходимых для использования в других дисциплинах.

Задачи:

– приобретение обучающимися знаний в области теоретических основ линейной алгебры, аналитической геометрии, как теоретической базы для изучения последующих дисциплин профессионального цикла;

– приобретение обучающимися навыков реализации теоретических знаний на практике с применением интерактивных методов и закреплением умений и навыков решения типовых задач, соответствующих изучаемым разделам.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.12 Информатика, Б1.Д.Б.13 Информационные технологии и программирование*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1-В-1 Знает основные естественнонаучные закономерности в профессиональной сфере ОПК-1-В-2 Формулирует задачу профессиональной сферы на формальном языке естественнонаучных и общеинженерных знаний ОПК-1-В-3 Решает задачи профессиональной деятельности с использованием естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	**Знать:** теоретический материал разделов линейной алгебры и основы аналитической геометрии. **Уметь:** применять математические методы линейной алгебры и основы аналитической геометрии для решения прикладных задач. **Владеть:** навыками использования математических методов линейной алгебры и основ аналитической геометрии для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования, моделирования явлений и процессов в объеме, необходимом для использования в обучении и профессиональной деятельности.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	1 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**144**
Контактная работа:	**16,5**	**16,5**
Лекции (Л)	8	8
Практические занятия (ПЗ)	8	8
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,5	0,5
Самостоятельная работа: *– выполнение контрольной работы (КонтрР);* *– выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ);* *– самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *– изучение разделов курса в системе электронного обучения;* *– подготовка к практическим занятиям;* *– подготовка к промежуточной аттестации)*	**127,5** +	**127,5**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**зачет**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Комплексные числа	20	1	1		18
2	Матрицы и определители	34	2	2		30
3	Системы линейных алгебраических уравнений	22	1	1		20
4	Векторная алгебра	22	1	1		20
5	Линейные пространства	22	1	1		20
6	Основы аналитической геометрии	24	2	2		20
	Итого:	144	8	8		128
	Всего:	144	8	8		128

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1. Комплексные числа. Понятие комплексного числа: алгебраическая, тригонометрическая, показательная форма записи комплексного числа; действия над комплексными числами; возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.

№ 2. Матрицы и определители. Понятие матрицы: виды матриц и операции над ними; элементарные преобразования матриц, приведение к треугольному виду, транспонирование матриц; их свойства. Понятие определителя: формулы для вычисления определителей; свойства определителей. Обратная матрица: определение, свойства, вычисление. Матричные уравнения. Теоремы о ранге матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.

№ 3. Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных уравнений: основные понятия и определения. Решение систем методом Крамера, матричным методом, методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение систем линейных уравнений.

№ 4. Векторная алгебра. Векторы: основные понятия и определения. Линейные операции над векторами и их свойства. Декартова прямоугольная система координат. Координаты точки и вектора. Деление отрезка в заданном отношении. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов: определения, свойства, формулы для вычисления, приложения.

№ 5. Линейные пространства. Понятие линейного пространства, линейной зависимости и независимости системы векторов. Критерий линейной зависимости системы векторов, базис.

Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Матрица перехода от одного базиса к другому. Понятие евклидова пространства. Скалярное произведение: определение и свойства. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированные системы векторов.

№ 6. Основы аналитической геометрии. Уравнения прямой на плоскости, взаимное расположение прямых на плоскости. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Алгебраическая, тригонометрическая, показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.	1
2-3	2	Матрицы, операции над матрицами. Вычисление определителей. Разложение по строке и столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица. Матричные уравнения. Ранг матрицы и методы вычисления ранга матрицы.	2
4	3	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Методы решения СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение СЛАУ. Однородная СЛАУ. Фундаментальная система решений.	1
5	4	Векторы. Операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.	1
6	5	Примеры линейных пространств. Линейная зависимость/независимость системы векторов, базис. Матрица перехода от одного базиса к другому. Скалярное произведение векторов. Процесс ортогонализации.	1
7-8	6	Уравнения прямой на плоскости, взаимное расположение прямых на плоскости. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
		Итого:	8

4.4 Контрольная работа (1 семестр)

Примерные задания контрольной работы

Задание 1. Выполнить действия над комплексными числами: $(4+5i)^2(5-4i)$; Записать комплексное число $z=\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}$ в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Найти z^3 и $\sqrt[3]{z}$.

Задание 2. Для матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -2 & 3 & 4\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 2\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}1\\ -3\\ 2\end{pmatrix}$. Найти: $A\cdot B$, $B\cdot A$, $B\cdot C$, $C^T\cdot B^T$.

Задание 3. Дана система трёх линейных уравнений с тремя неизвестными $\begin{cases}2x+y-z=5,\\ 3x+3y-2z=8,\\ x+y+z=6.\end{cases}$

Требуется:

а) найти её решения с помощью формул Крамера;

б) записать систему в матричном виде и решить её средствами матричного исчисления;

в) решить систему методом Гаусса.

Задание 4. Исследовать систему на совместность и в случае совместности найти все её решения:

$$\begin{cases}x_1-3x_2+2x_3=2,\\ -3x_1+x_2+3x_3=1,\\ -2x_1-2x_2+5x_3=4.\end{cases}$$

Задание 5. По координатам вершин $A(3;-2;2)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;0;4)$, $D(6;-4;6)$ пирамиды $ABCD$ найти:

а) длины рёбер AB и AC;

б) угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$;

в) объём пирамиды $ABCD$;

г) высоту, опущенную из вершины D на грань ABC;

д) уравнение прямой AB;

е) уравнение плоскости BCD;

ж) синус угла между прямой AB и плоскостью BCD;

з) косинус угла между плоскостью xOy и плоскостью BCD.

Задание 6. Написать разложение вектора $\overline{x}$ по векторам $\overline{p}$, $\overline{q}$, $\overline{r}$, если $\overline{x} = (5,8,6)$, $\overline{p} = (2,3,1)$, $\overline{q} = (1,3,1)$, $\overline{r} = (-1,-2,1)$.

Задание 7. Составить канонические уравнения:

а) эллипса, большая полуось которого равна 3, а фокус находится в точке $F(\sqrt{5},0)$;

б) гиперболы с мнимой полуосью равной 2, и фокусом $F(-\sqrt{13},0)$;

в) параболы, имеющей директрису $x = -3$.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник / А. И. Кострикин. – М.: МЦНМО, 2001. – Ч. 1. Основы алгебры. – 273 с.

2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст]: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. – 12-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2009. – 312 с.

3. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Текст]: учебник для вузов / А. Г. Курош. – 18-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2011. – 432 с. – ISBN 978-5-8114-0521-3.

4. Тишаева, И. Р. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / И. Р. Тишаева, В. В. Шевелев. – Москва: РТУ МИРЭА, 2022. – Ч. 2 – 2022. – 124 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/265613

5. Логинов, В. А. Линейная алгебра, векторная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций: учебное пособие / В. А. Логинов. – Москва: РУТ (МИИТ), 2006. – 125 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/188437

5.2 Дополнительная литература

1. Усова, Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Текст]: учеб.-метод. пособие Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2010. – ISBN 978-5-7410-1089-1. – Ч. 2. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2010. – 182 с. – Библиогр.: с. 181. – ISBN 978-5-7410-1089-1.

2. Газизов, Е. Р. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. Р. Газизов, Р. И. Ибятов, Н. Г. Киселева, А. Н. Зиннатуллина. – Казань: КГАУ, 2019. – 64 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/202601

3. Акопян, Р. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: методические указания / Р. С. Акопян. – Москва: РТУ МИРЭА, 2020. – 44 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/167567

4. Подготовка к контрольной работе по дисциплине «Линейная алгебра» [Электронный ресурс]: методические указания для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлениям подготовки 15.03.01 Машиностроение, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств / сост.: Н. В. Максименко, А. В. Михляева; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. математики и цифровых технологий. – Оренбург: ОГУ, 2023. – 20 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/195786_20231017.pdf

5. Усова Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 1. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 50 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2402_20110914.pdf

6. Усова Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 2. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 25 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2403_20110914.pdf

7. Усова Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 3. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 26 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2404_20110914.pdf

8. Усова Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 4. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 29 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2405_20110914.pdf

9. Усова Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 5. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 47 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2406_20110914.pdf

10. Усова Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: комплект рабочих тетр. / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". – Рабочая тетр. № 6. – Оренбург: ОГУ. – 2011. – 50 с. – Загл. с тит. экрана. – Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/2407_20110914.pdf

5.3 Периодические издания

Не предусмотрены

5.4 Интернет-ресурсы

1. http://www.exponenta.ru – математический сайт с большим количеством методических материалов по высшей математике и математическим компьютерным пакетам.
2. http://www.intuit.ru – сайт института дистанционного обучения «ИНТУИТ».
3. https://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm – международный научно-образовательный сайт «Мир математических уравнений».
4. https://mathhelpplanet.com/static.php – математический форум с обсуждением и решением задач, раздел «Линейная алгебра».
5. https://mccme.ru/ru/ – Московский центр непрерывного математического образования.
6. https://math.ru/ – научно-популярный математический сайт.
7. http://www.techlibrary.ru/books.htm – книги по математике в электронном виде.
8. https://arxiv.org/ – крупнейший бесплатный архив электронных публикаций научных статей и их препринтов по математике и другим дисциплинам.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО. – URL: https://redos.red-soft.ru/

2. LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения. – URL: https://ru.libreoffice.org/

3. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО. – URL: https://yandex.ru/

4. Программная система для организации видео-конференц-связи DION. – URL: https://diongo.ru/

5. Университетская платформа электронного обучения «Электронные курсы ОГУ в системе обучения Moodle». – URL: http://moodle.osu.ru

6. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования (АИССТ). – Режим URL: https://aist.osu.ru/cgi-bin/auth.cgi

7. Университетская платформа для сопровождения процедуры проведения экзаменационных испытаний с использованием дистанционных образовательных технологий. – URL: https://exam.osu.ru/

8. Система автоматизированной проверки текстов на наличие заимствований «Антиплагиат.Структура 4.0», имеется лицензия на 1 год. – URL: https://osu.antiplagiat.ru/

9. Elibrary [Электронный ресурс]: реферативная база данных, с ограниченным доступом к полным текстам статей. – URL: https://www.elibrary.ru/

10. Math-Net.ru [Электронный ресурс]: общероссийский математический портал, включающий информационно-справочную систему по публикациям в отечественных математических журналах. – URL: http://www.mathnet.ru/

11. Wolfram|Alpha [Электронный ресурс]: база знаний и справочная система, включающая множество вычислительных алгоритмов. – URL: https://www.wolframalpha.com/

12. Большая Российская энциклопедия [Электронный ресурс]: универсальная энциклопедия, содержит статьи по всем областям знаний, справочники по персоналиям, словари. – URL: https://bigenc.ru/

13. Система компьютерной алгебры Sage – свободное программное обеспечение с лицензией GNU GPL. – URL: https://doc.sagemath.org/html/ru/tutorial/index.html

14. Математическое ПО для решения широкого спектра научных и прикладных задач SciLab, свободно распространяемая. – URL: https://soft.mydiv.net/win/files-Scilab.html

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.