Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет имени В.А. Бондаренко»

Кафедра математики и цифровых технологий

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Математическое и компьютерное моделирование
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2026

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра математики и цифровых технологий
наименование кафедры

протокол № 7 от "19" 03 2026 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра математики и цифровых технологий _____ А.Е. Шухман
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Доцент _____ Л.Б. Усова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

_____ _____ _____
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.04 Прикладная математика _____ Н.П. Фот
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ С.А. Биктимирова
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству института _____ С.Н. Морозова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Усова Л.Б., 2026
© ОГУ, 2026

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

- дать базовые знания в области математических наук и научить применять полученные знания в профессиональной деятельности; знакомство студентов с конкретными математическими методами, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;
- подготовка обучающихся к их профессиональной деятельности по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (профилю подготовки: Математическое и компьютерное моделирование) посредством обеспечения этапов формирования компетенций, предусмотренных ФГОС.

Задачи:

- изучение основных понятий высшей математики и освоение методов решения ее задач;
- развитие логического мышления;
- повышение общего уровня математической культуры;
- развитие у студентов математических навыков, необходимых для выбранной специальности и для применения полученных знаний на практике;
- демонстрация связи разделов математических наук с практическими задачами;
- подготовка исходных данных для проведения расчетов экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов;
- приобретение навыков самостоятельной работы с учебной литературой.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.13 Информационные технологии и программирование, Б1.Д.Б.18 Специальные разделы прикладной математики, Б1.Д.Б.19 Дифференциальные и разностные уравнения, Б1.Д.Б.20 Численные методы, Б1.Д.Б.21 Математические методы и модели исследования операций, Б1.Д.Б.22 Математическое моделирование, Б1.Д.Б.23 Теория вероятностей и случайных процессов, Б1.Д.Б.24 Математическая статистика и анализ данных, Б1.Д.Б.26 Математические методы защиты информации, Б1.Д.Б.30 Системы искусственного интеллекта, Б1.Д.В.8 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения, Б1.Д.В.9 Теория нечетких множеств и нейросетевые модели, Б1.Д.В.10 Эконометрическое моделирование*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в	ОПК-1-В-1 Применяет знания из различных разделов фундаментальной математики (алгебры, линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа,	**Знать:** математический инструментарий линейной алгебры и аналитической геометрии, позволяющий решать задачи в области естественных наук и инженерной практике. **Уметь:** • применять знания из разделов линейной алгебры и аналитической геометрии при решении задач в области естественных наук и инженерной практике; • проводить анализ полученного решения; принимать

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
области естественных наук и инженерной практике	теории функции комплексного переменного, дискретной математики и математической логики)	решение на основе полученных результатов. **Владеть** навыками: • решения задач в области естественных наук и инженерной практике; • выбора оптимального алгоритма решения; • анализа полученного решения; принятия решений на основе полученных результатов.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	1 семестр	2 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**144**	**144**	**288**
Контактная работа:	**69,25**	**35,25**	**104,5**
Лекции (Л)	34	18	52
Практические занятия (ПЗ)	34	16	50
Консультации	1	1	2
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: *- выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ);* *- выполнение расчетно-графического задания (РГЗ);* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;* *- изучение разделов курса в системе электронного обучения;* *- подготовка к практическим занятиям;* *- подготовка к рубежному контролю)*	**74,75**	**108,75**	**183,5**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные алгебраические структуры	44	10	10		24
2	Матрицы и определители, системы линейных уравнений	56	14	14		28
3	Линейные пространства. Евклидовы пространства	44	10	10		24
	Итого:	144	34	34		76

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
4	Векторная алгебра	34	4	4		26
5	Аналитическая геометрия: линии и поверхности первого порядка	34	4	4		26
6	Аналитическая геометрия: линии и поверхности второго порядка	34	4	4		26
7	Линейные отображения. Квадратичные формы	42	6	4		32
	Итого:	144	18	16		110
	Всего:	288	52	50		186

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел № 1 Основные алгебраические структуры

Основные числовые множества. Множество комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами: арифметические операции, возведение в степень, извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Формулы Эйлера. Показательная форма комплексного числа.

Основные алгебраические системы: группы, кольца, поля, векторные пространства.

Многочлены от одной переменной. Основные понятия и определения. Кольцо многочленов. Многочлены над полями R, C. Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Деление многочленов с остатком. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Корни и значения многочленов: теорема Безу, схема Горнера. Кратные корни многочленов. Производная от многочленов. Уравнения 3-й и 4-й степеней. Формула Кардано. Формула Феррари.

Раздел № 2 Матрицы и определители, системы линейных уравнений

Матрица: основные понятия и определения, виды матриц. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение двух матриц, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Линейная зависимость и независимость строк и столбцов матрицы. Линейная зависимость и независимость системы матриц. Элементарные преобразования. Детерминанты: определение. Детерминанты второго и третьего порядков, правила их вычисления. Правило вычисления детерминанта n-го порядка путем разложения его по произвольной строке или произвольному столбцу. Основные свойства детерминантов. Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Способы нахождения обратной матрицы: с помощью элементарных преобразований, с помощью приведенной матрицы. Ранг матрицы: основные понятия, определения, свойства. Основные теоремы о ранге матрицы. Ранг произведения матриц. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Системы линейных уравнений (СЛУ). Основные понятия и определения. Решение СЛУ, основной случай. Метод Крамера, матричный метод. Решение СЛУ, общая теория. Условия совместности: теорема Кронекера-Капелли – критерий совместности; критерий несовместности. Сопряженная однородная система. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений. Общее решение систем линейных уравнений.

Раздел № 3 Линейные пространства. Евклидовы пространства.

Основные определения, понятия и примеры. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Условия и критерии линейной зависимости и независимости системы векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Линейные подпространства. Определения и примеры.

Скалярное произведение. Определение, свойства скалярного произведения. Понятие евклидова пространства. Длина вектора и угол между векторами. Выражение скалярного произведения через координаты сомножителей. Ортогональные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональное дополнение подпространства. Ортогональные проекции. Метод ортогонализации.

Раздел № 4 Векторная алгебра

Векторы: основные понятия и определения. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций над векторами. Системы координат. Декартова система координат. Координаты точки и вектора в декартовой системе координат. Деление отрезка в заданном отношении. Полярная система координат. Коллинеарные вектора: определение и критерий коллинеарности двух векторов.

Скалярное произведение. Определение, свойства скалярного произведения. Векторное произведение, определение, свойства. Геометрический смысл векторного произведения двух векторов. Смешанное произведение, определение, свойства. Выражение векторного и смешанного произведения через координаты сомножителей. Геометрический смысл смешанного произведения трех векторов. Компланарные вектора: определение и критерий компланарности трех векторов.

Раздел № 5 Аналитическая геометрия: линии и поверхности первого порядка

Прямые на плоскости. Уравнения прямых на плоскости: общее уравнение прямой, уравнение прямой через угловой коэффициент, уравнение прямой через две различные точки, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой через точку и нормальный вектор, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой, нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, если прямые заданы в общем виде и через угловой коэффициент. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Плоскость в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве: общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости через точку и нормальный вектор, нормальное уравнение плоскости, уравнение плоскости через три различные точки. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.

Прямые в пространстве. Уравнения прямых в пространстве: уравнение прямой через две различные точки, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Раздел № 6 Аналитическая геометрия: линии и поверхности второго порядка

Кривые второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола и парабола.

Поверхности второго порядка. Поверхности вращения. Эллипсоид. Конус второго порядка. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид

Раздел № 7 Линейные отображения. Квадратичные формы

Линейные отображения. Основные определения и понятия: линейного отображения, размерности, ранга, ядра. Свойства линейных отображений. Координатная запись отображений. Матрица линейного отображения. Ранг матрицы линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов. Канонический вид матрицы линейного отображения.

Линейные преобразования. Собственные векторы линейного преобразования. Характеристическое уравнение. Свойства собственных векторов. Комплексные характеристические числа. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов.

Квадратичные формы. Линейные и билинейные функции. Основные понятия и определения для квадратичных форм. Диагональный и канонический вид квадратичной формы. Ранг и индекс квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно определенные и отрицательно определенные квадратичные формы.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами: арифметические операции.	2
2	1	Возведение в степень, извлечение корня *n-ой* степени из комплексного числа. Решение двучленных уравнений. Показательная форма комплексного числа.	2
3	1	Деление многочленов с остатком, алгоритм Евклида. Корни многочлена. Схема Горнера.	2
4	2	Операции над матрицами. Вычисление определителей второго и третьего порядков.	2
5	2	Вычисление детерминанта **n-го** порядка путем разложения его по произвольной строке или произвольному столбцу. Вычисление определителя, путем приведения его к треугольному виду с помощью элементарных преобразований.	2
6	2	Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований, методом присоединенной матрицы.	2
7	2	Нахождение ранга матрицы методом окаймляющих миноров, приведением к ступенчатому виду.	2
8, 9	2	Решение СЛАУ, общий случай. Теорема Кронекера–Капелли. Метод Гаусса. Общее решение СЛАУ.	4
10	2	Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.	2
11	3	Линейные операции над векторами в координатной форме. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис системы векторов. Замена базиса. Определение евклидова пространства. Скалярное произведение.	2
12	3	Ортогональный базис и ортогональные преобразования. Ортогональные матрицы.	2
13	4	Деление отрезка в заданном отношении. Векторное и смешанное произведения векторов	2
14	5	Уравнения прямой на плоскости. Основные виды уравнений. Основные задачи на уравнения прямой в плоскости.	2
15	5	Уравнения плоскости. Основные виды уравнений. Основные задачи на уравнения плоскости.	2
16	5	Уравнения прямой в пространстве. Основные виды уравнений. Основные задачи на уравнения прямой в пространстве.	2
17	5	Взаимное расположение прямой и плоскости.	2
18	6	Кривые второго порядка на плоскости: окружность, эллипс гипербола, парабола.	2
19	6	Поверхности вращения. Конусы. Гиперболоиды. Параболоиды.	2
20	7	Примеры линейных пространств. Линейная зависимость. Нахождение базиса и размерности линейного векторного пространства. Замена базиса. Матрица перехода.	2
21-22	7	Примеры линейных отображений и операторов. Ядро, множество значений. Матрицы линейных отображений и преобразований. Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов.	4
23-25	7	Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Квадратичные формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Приведение к каноническому виду.	6
		Итого:	50

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст]: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев.- 12-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2008. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6.
2. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Текст]: учеб. для вузов / А. Г. Курош.- 18-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2011. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-0521-3.
3. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. для экон. вузов / под ред. Н. Ш. Кремера.- 3-е изд. - М. : Юнити, 2008. - 479 с. -ISBN 978-5-238-00991-9.

5.2 Дополнительная литература

1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учебно-методическое пособие / составитель А. В. Медведев. — Кемерово : КемГУ, 2021. — 110 с. — ISBN 978-5-8353-2866-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/233372
2. Тишаева, И. Р. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / И. Р. Тишаева, В. В. Шевелев. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022 — Часть 2 — 2022. — 124 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/265613
3. Логинов, В. А. Линейная алгебра, векторная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций : учебное пособие / В. А. Логинов. — Москва : РУТ (МИИТ), 2006. — 125 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/188437
4. Усова, Л. Б. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Текст] : учеб.-метод. пособие / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ИПК ГОУ ОГУ, 2010.. ISBN978-5-7410-1089-1 Ч. 2: - , 2010. - 182 с.
5. Усова, Л. Б. Организация самостоятельной работы по дисциплине "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" [Электронный ресурс] : методические указания для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. алгебры и дискрет. математики. - Ч. 1. - Оренбург : ОГУ. - 2019. - 69 с. Режим доступа : http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/91836_20190312.pdf
6. Усова, Л. Б. Организация самостоятельной работы по дисциплине "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" [Электронный ресурс] : методические указания для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. алгебры и дискрет. математики. - Ч. 2. - Оренбург : ОГУ. - 2019. - 89 с. Режим доступа : http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/91838_20190312.pdf
7. Усова, Л. Б. Организация самостоятельной работы по дисциплине "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" [Электронный ресурс] : методические указания для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика / Л. Б. Усова, Д. У. Шакирова; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. алгебры и дискрет. математики. - Ч. 3. - Оренбург : ОГУ. - 2019. - 60 с. Режим доступа : http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/91839_20190312.pdf

5.3 Периодические издания

Не предусмотрены

5.4 Интернет-ресурсы

1. Elibrary [Электронный ресурс]: реферативная база данных, с ограниченным доступом к полным текстам статей. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/, в локальной сети ОГУ.
2. Math-Net.ru [Электронный ресурс]: общероссийский математический портал, включающий информационно-справочную систему по публикациям в отечественных математических журналах. – Режим доступа: http://www.mathnet.ru/
3. Wolfram|Alpha [Электронный ресурс]: база знаний и справочная система, включающая множество вычислительных алгоритмов. – Режим доступа: https://www.wolframalpha.com/
4. Большая Российская энциклопедия [Электронный ресурс]: универсальная энциклопедия, содержит статьи по всем областям знаний, справочники по персоналиям, словари. – Режим доступа: https://bigenc.ru/

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС для рабочих станций, имеется лицензия, входит в реестр отечественного ПО. – Режим доступа: https://redos.red-soft.ru/
2. LibreOffice – свободно распространяемый офисный пакет программ, включающий в себя текстовый и табличный редакторы, редактор презентаций и другие офисные приложения. – Режим доступа: https://ru.libreoffice.org/
3. Университетская платформа электронного обучения «Электронные курсы ОГУ в системе обучения Moodle». – Режим доступа: http://moodle.osu.ru
4. Программная система для организации видео-конференц-связи DION. – Режим доступа: https://diongo.ru/
5. Программа для просмотра сайтов Яндекс.Браузер, свободно распространяемая, входит в реестр отечественного ПО. – Режим доступа: https://yandex.ru/
6. Математическое ПО для решения широкого спектра научных и прикладных задач SciLab, свободно распространяемая.
7. Математическая система GeoGebra, свободно распространяемая по лицензии GPL.
8. Система автоматизированной проверки текстов на наличие заимствований «Антиплагиат.Структура 4.0», имеется лицензия на 1 год. – Режим доступа: https://osu.antiplagiat.ru/
9. Система программирования Python, свободно распространяемая по лицензии PSFL.
10. Интегрированная среда разработки ПО Visual Studio Code, свободно распространяемая по лицензии MIT.
11. Система программирования Oracle Java SE JDK, бесплатно распространяемая по лицензии Oracle Technology Network License.
12. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования (АИССТ). – Режим доступа: https://aist.osu.ru/cgi-bin/auth.cgi
13. Средства для разработки JetBrains All Products Pack, бесплатно лицензируемая для образовательного учреждения (включает C++, Java, C#, PHP, Python…)

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети «Интернет», и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.