Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет имени В.А. Бондаренко»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.20 Численные методы»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Математическое и компьютерное моделирование
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2026

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.20 Численные методы*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра математических методов и моделей в экономике
наименование кафедры

протокол № 11 от "03" марта 2026 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра математических методов и моделей в экономике _____ Н.П. Фот
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Доцент кафедры ММиМЭ _____ Р.М. Безбородникова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

_____ _____ _____
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.04 Прикладная математика _____ Н.П. Фот
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
главный библиограф _____ Г.С. Гасайтис
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству ИМИТ
_____ С.Н. Морозова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Безбородникова Р.М., 2026
© ОГУ, 2026

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины:

формирование теоретических знаний и практических навыков применения численных методов качестве инструмента математической обработки данных, построения алгоритмов и организации вычислительных процессов на ПЭВМ для формирования компетенций в области построения решений прикладных задач на основе информационных технологий.

Задачи:

- освоить численные методы исследования и решения нелинейных алгебраических уравнений,

исследования систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, решения задач безусловной оптимизации, аппроксимации функций, численного интегрирования и дифференцирования, численного решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;

- приобрести навыки математической формализации прикладных задач;
- формировать умения и навыки выбора численных методов решения задачи конкретного класса и исследовать свойства полученного численного решения;
- приобрести навыки разработки собственного программного обеспечения и применения стандартных пакетов прикладных программ для решения задач численного анализа.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.14 Математический анализ, Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б1.Д.Б.17 Введение в математическое моделирование, Б1.Д.Б.18 Специальные разделы прикладной математики, Б1.Д.Б.27 Программирование, Б1.Д.Б.28 Объектно-ориентированный анализ и программирование*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.22 Математическое моделирование, Б1.Д.В.3 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б1.Д.В.8 Краевые задачи для дифференциальных уравнений и численные методы их решения, Б1.Д.В.Э.4.1 Параллельное и распределенное программирование, Б2.П.Б.У.1 Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы), ФДТ.1 Практикум "Технологии информационного обеспечения научно-исследовательской работы"*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-2 Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать	ОПК-2-В-3 Обоснованно выбирает и применяет численные методы для решения исследовательских и проектных задач, исследует полученное численное решение	**Знать:** численные методы решения алгебраических уравнений и систем, нахождения собственных чисел, собственных векторов, решения задач аппроксимации функций, решение и исследование обыкновенных

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем		дифференциальных уравнений и систем, используемых при решении исследовательских и проектных задач и условия их применимости **Уметь:** обоснованно использовать перечисленный выше математический инструментарий для решения исследовательских задач и анализировать полученное численное решение **Владеть:** навыками: построения численного решения исследовательских задач; анализа результатов; и оценки точности
ОПК-3 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3-В-1 Использует современные информационные технологии для решения задач анализа и моделирования процессов и систем	**Знать:** Основные методы и алгоритмы численных методов для решения задач профессиональной деятельности **Уметь:** Использовать реализовывать алгоритмы численных методов с помощью современных информационных технологий **Владеть:** навыками использования численных методов для решения задач анализа и моделирования процессов и систем
ОПК-4 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-4-В-2 Разрабатывает алгоритмы и создает на их основе собственные программные средства для решения прикладных задач обработки данных на ЭВМ	**Знать:** знает алгоритмы и создает на их основе программные средства решения задач численного анализа **Уметь:** умеет разрабатывать

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
		алгоритмы и создавать на их основе программные средства решения задач численного анализа **Владеть:** владеет навыками разработки алгоритмов и создании на их основе программных средств решения задач численного анализа

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	4 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**180**	**180**
Контактная работа:	**66,25**	**66,25**
Лекции (Л)	34	34
Практические занятия (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	16	16
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - изучение разделов курса в системе электронного обучения; - подготовка к лабораторным занятиям; - выполнение тестовых заданий; - подготовка к рубежному контролю.	**113,75**	**113,75**
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**диф. зач.**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Погрешность в приближенных вычислениях	1,5	1	-	-	0,5
2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	20	4	2	2	12
3	Обусловленность СЛАУ и методы решения плохо обусловленных СЛАУ	20	2	2	2	14
4	Методы решения алгебраических проблем	26	4	2	2	18

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
	собственных значений					
5	Итерационные методы решения СЛАУ	20	4	2	2	12
6	Решение нелинейных уравнений	20	4	2	2	12
7	Методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений	18	2		2	14
8	Методы аппроксимации функций	23	5	2	2	14
9	Численное дифференцирование и интегрирование	12	2	2	1	8
10	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений(ОДУ)	18	6	3	1	8
	Индивидуальная работа и инновационные формы учебных занятий	1				1
	Промежуточная аттестация (диф. зачет)	0,5				0,5
	Итого:	180	34	16	16	114
	Всего:	180	34	16	16	114

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1 Погрешность в приближенных вычислениях Погрешность задачи, погрешность метода, неустранимая и устранимая погрешности. Погрешность округления. Абсолютная, относительная, предельная погрешности. Оценивание погрешности: обратная задача теории погрешности. Статистический и технический подходы к учету погрешности. Погрешности машинной арифметики. Понятие устойчивых и неустойчивых задач и методов.

№ 2 Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) Метод Гаусса, теорема о LU- разложении, условия применимости метода Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента, условия применимости. Вычисление определителя. Обращение матрицы. Метод квадратного корня решения СЛАУ. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.

№ 3 Обусловленность СЛАУ и методы решения плохо обусловленных СЛАУ Устойчивость решения СЛАУ. Плохо обусловленные СЛАУ. Число обусловленности, его свойства. Метол вращений решения плохо обусловленных СЛАУ. Методы регуляризации решения плохо обусловленных систем.

№ 4 Методы решения алгебраических проблем собственных значений. Степенной метод и его модификации решения частичной проблемы собственных значений. Метод вращения Якоби решения симметричной полной проблемы собственных значений и его модификации: LU, QR-алгоритмы для несимметричных задач, их модификации.

№ 5 Итерационные методы решения СЛАУ. Методы простых итераций, Якоби, Зейделя решение СЛАУ. Достаточные условия сходимости. Каноническая форма записи одношаговых итерационных методов. Стационарные итерационные методы, необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов. Нестационарные итерационные методы: методы Ричардсона, явные и неявные итерационные методы с чебышевским набором параметров.

№ 6 Решение нелинейных уравнений. Отделение корней. Уточнение корней методом итераций, Ньютона, методом хорд, методом равномерного поиска, метод интерполяционных кривых.

№ 7 Методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений Методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ). Метод Ньютона и его модификации решения СНАУ. Оптимизационные методы исследования и решения СНАУ: сведение задачи решения САУ к задаче оптимизации функций многих переменных; методы наискорейшего спуска и его модификации, метод Бройдена, методы сопряженных направлений, квазиньютоновские методы.

№ 8 Методы аппроксимации функций. Обобщенный интерполяционный многочлен: постановка задачи, чебышевская система функций, степенные интерполяционные многочлены в форме Лагранжа, Ньютона. Оценка погрешности. Многочлены Чебышева. Оптимизация погрешности интерполяции. Аппроксимация сплайнами: постановка задачи, сплайны третьего порядка: определение, построение.

№ 9 Численное дифференцирование и интегрирование. Примеры построения формул численного дифференцирования. Порядок точности. Метод Гаусса вычисление определенного интеграла. Правило Рунге оценки погрешности.

№ 10 Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) Сетка узлов, сеточная функция. Понятие сходимости, порядок точности, погрешность аппроксимации, порядок аппроксимации. Одношаговые разностные методы Эйлера, методы Рунге-Кутта. Многошаговые методы решения ОДУ. Методы сведения краевых задач к начальным.

4.3 Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1	2	Освоение алгоритмов решения СЛАУ прямыми методами	2
2	3	Освоение алгоритмов исследования и решения плохо обусловленных СЛАУ	2
3	4	Освоение алгоритмов решения проблемы собственных значений: степенной метод	2
4	5	Освоение алгоритмов решения СЛАУ итерационными методами.	2
5	6	Освоение алгоритмов решения нелинейных алгебраических уравнений	2
6	7	Метод Ньютона решения систем нелинейных алгебраических уравнений.	2
7	8	Освоение алгоритмов решения задачи аппроксимации функций интерполяционными многочленами, сплайнами, МНК.	2
8	9-10	Численное дифференцирование. Программная реализация методов решения задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ	2
		Итого:	16

4.4 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	2	Алгоритмы прямых методов решения СЛАУ: методы Гаусса, LU-разложение, метод квадратных корней. Алгоритмы вычисления определителя и обратной матрицы.	2
2	3	Исследование СЛАУ на обусловленность.	2
3	4	Методы решения алгебраических проблем собственных значений.	2
4	5	Итерационные методы решения СЛАУ(алгоритмы, сходимость, критерии останова).	2
5	6	Решение нелинейных уравнений (алгоритмы, сходимость, критерии останова).	2
6	8	Аппроксимация функций: построение интерполяционных многочленов в форме Лагранжа, конечные и разделенные разности, интерполяционный многочлен в форме Ньютона	2
8	9-10	Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	4
		Итого:	16

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению "Прикладная математика" / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев.- 4-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. (ентл 15)

2. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; МГУ им. М. В. Ломоносова.- 6-е изд. - М. : Бином, 2008. - 636 с. (ентл 83)

3. Срочко, В. А. Численные методы : курс лекций / В. А. Срочко. - СПб. : Лань, 2010. - 208 с. (ентл 23)

5.2 Дополнительная литература

1. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов / Под ред. В.м. Вержбицкого. – М.: Высшая школа, 2002. – 840с.

2. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры: учебное пособие для вузов/ Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова.- М: Финансы и статистика. - 2008.- 480с

3. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов. — Казань : КНИТУ, 2018. — 92 с. — ISBN 978-5-7882-2427-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/138451 (дата обращения: 17.05.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Методические материалы

Яркова, О. Н. Численные методы [Электронный ресурс] : метод. указания / О. Н. Яркова, О. И. Бантикова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. мат. методов и моделей в экономике. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 285.71 Кб). - Оренбург : ОГУ, 2012. - 17 с. - Загл. с тит. экрана. - Adobe Acrobat Reader 5.0. - Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/3073_20120402.pdf. - № гос. регистрации 0321202309.

5.3 Периодические издания

1. Экономика и математические методы: журнал. 71112. - Москва : Академиздатцентр "Наука" РАН

2. Вычислительные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать"

3. Математическое моделирование : журнал. - Москва : Российская академия наук

4. Применение математических методов в экономических исследованиях и планировании : реферативный журнал: вып. свод. тома. - Москва : ВИНИТИ РАН

5. Вестник компьютерных и информационных технологий: журнал. 84197. - Москва : ИД "Спектр".

5.4 Интернет-ресурсы

1. http://www.itlab.unn.ru/?dir=101 Лаборатория «Перспективные информационные технологии» (образовательные ресурсы)

2. https://www.mathedu.ru/- «Математическое образование» — электронная библиотека по математике

3. https://web.archive.org/web/20191122092928/http://window.edu.ru/ - Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"

4. https://www.coursera.org/learn/python - «Coursera», МООК: «Programming for Everybody (Getting Started with Python)»;

5. https://teach-in.ru/course/numerical-methods-part-1?ysclid=m8cw6bagn9723893215 Каталог курсов «Численные методы. Часть 1»

6. https://teach-in.ru/course/numerical-methods-part-2 Каталог курсов «Численные методы. Часть 2»

7. https://teach-in.ru/course/numerical-methods-part-1-seminars-kobelkov Каталог курсов «Численные методы. Семинары часть 1»

8. https://teach-in.ru/course/numerical-methods-part-2-seminars-kobelkov Каталог курсов «Численные методы. Семинары часть 2»

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС.
2. Пакет офисных приложений «МойОфис Образование»
3. Набор приложений для работы с текстом, таблицами и презентациями в образовательных организациях (режим доступа https://myoffice.ru/products/education/)
4. Веб-браузер Яндекс https://yandex.ru/.
5. ГАРАНТ Платформа F1 [Электронный ресурс]: справочно-правовая система. / Разработчик ООО НПП «ГАРАНТ-Сервис», 119992, Москва, Воробьевы горы, МГУ, [1990–2026]. Режим доступа: http://garant.net.osu.ru
6. http://edu.garant.ru/garant/study/ - Интернет-версия ГАРАНТ-Образование, Система ГАРАНТ для студентов, аспирантов и преподавателей
7. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: электронное периодическое издание справочная правовая система. / Разработчик ЗАО «Консультант Плюс», [1992–2026].
8. Университетская платформа электронного обучения «Электронные курсы ОГУ в системе обучения Moodle» (http://moodle.osu.ru)
9. Платформа «DION» (Конфигурация «DION EDU») для проведения онлайн мероприятий и видеоконференций
10. Средства для разработки и проектирования Microsoft Visual Studio

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой. Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационнообразовательную среду ОГУ.