Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет имени В.А. Бондаренко»

Кафедра математических методов и моделей в экономике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.23 Теория вероятностей и случайных процессов»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.04 Прикладная математика
(код и наименование направления подготовки)

Математическое и компьютерное моделирование
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2026

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.23 Теория вероятностей и случайных процессов*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра математических методов и моделей в экономике
наименование кафедры

протокол № 11 от "03" марта 2026 г.

Заведующий кафедрой
Кафедра математических методов и моделей в экономике — подпись — Н.П. Фот
наименование кафедры *подпись* *расшифровка подписи*

Исполнители:
Доцент кафедры ММиМЭ — подпись — О.С. Чудинова
должность *подпись* *расшифровка подписи*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
01.03.04 Прикладная математика — личная подпись — Н.П. Фот
код наименование *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
главный библиограф — личная подпись — Г.Р. Гасанова
личная подпись *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству ИМИТ
личная подпись — С.Н. Морозова
личная подпись *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Чудинова О.С., 2026
© ОГУ, 2026

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины: формирование теоретических знаний и выработка навыков применения математических методов описания и исследования массовых случайных явлениях и присущих им закономерностях, в том числе в динамике.

Задачи:

1. изучение и выработка навыков применения основных теорем теории вероятностей для действий над событиями;
2. освоение вероятностных методов исследования закономерностей массовых случайных явлений;
3. изучение математических методов описания случайных процессов.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.14 Математический анализ, Б1.Д.Б.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.1 Философия, Б1.Д.Б.22 Математическое моделирование, Б1.Д.Б.24 Математическая статистика и анализ данных, Б1.Д.Б.25 Моделирование эколого-экономических систем, Б1.Д.В.1 Теория риска и моделирование рисковых ситуаций, Б1.Д.В.2 Математические методы и модели в логистике, Б1.Д.В.3 Случайные процессы и основы теории массового обслуживания, Б1.Д.В.5 Основы финансовой и страховой математики, Б1.Д.В.9 Теория нечетких множеств и нейросетевые модели, Б1.Д.В.10 Эконометрическое моделирование, Б1.Д.В.Э.1.2 Стохастический анализ в экономике финансов и страхования, Б1.Д.В.Э.2.2 Модели и методы оптимизации производственных систем, Б1.Д.В.Э.3.1 Имитационное моделирование, Б1.Д.В.Э.3.2 Стохастическая оптимизация, Б2.П.В.П.1 Проектно-технологическая практика, Б2.П.В.П.2 Научно-исследовательская работа, Б2.П.В.П.3 Преддипломная практика*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1-В-3 Применяет математический инструментарий теории вероятностей, математической статистики, анализа данных и случайных процессов	**Знать:** обладает знаниями теории вероятностей и теории случайных процессов, позволяющими выявить стохастическую природу явлений при решении задач в области естественных наук и инженерной практике. **Уметь:** выбрать вероятностно-статистический инструментарий для решения задач в области естественных наук и инженерной практике. **Владеть:** навыками вероятностно-статистического моделирования, позволяющими решать задачи в области естественных наук и инженерной практике.
ОПК-2 Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и	ОПК-2-В-5 Применяет методы оценки и	**Знать:** основные теоретические положения теории вероятностей и теории

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	исследования характеристик случайных величин, векторов и процессов	случайных процессов, позволяющие переходить от содержательной постановки задачи к построению вероятностно-статистической модели, ее последующему исследованию и применению при выработке решений. **Уметь:** проводить математическую формализацию поставленной задачи, проводить ее исследование, анализ результатов моделирования и вырабатывать рекомендации для принятия решения на основе получения результатов. **Владеть:** навыками построения вероятностно-статистических моделей, их исследования, проведения анализа результатов моделирования и выработки рекомендаций по принятию решений на основе полученных результатов.
ОПК-3 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3-В-1 Использует современные информационные технологии для решения задач анализа и моделирования процессов и систем	**Знать:** возможности и принципы работы с современными информационными технологиями, используемыми при вероятностно-статистическом моделировании для решения задач профессиональной деятельности. **Уметь:** использовать современные информационные технологии для решения задач вероятностно-статистического моделирования. **Владеть:** навыками использования информационных технологий при решении задач теории вероятностей и случайных процессов.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**180**	**144**	**324**
Контактная работа:	**35,25**	**69,25**	**104,5**
Лекции (Л)	18	34	52
Практические занятия (ПЗ)	16	34	50
Консультации	1	1	2
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
Самостоятельная работа: *- выполнение индивидуального задания;*	**144,75**	**74,75**	**219,5**

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий; - изучение разделов курса в системе электронного обучения; - подготовка к практическим занятиям).			
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	**экзамен**	**экзамен**	

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные определения и теоремы теории вероятностей	64	8	6		50
2	Случайные величины, случайные векторы и их законы распределения	80	10	10		60
	Итого:	144	18	16		110

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
3	Функции случайных величин и их законы распределения	28	6	6		16
4	Числовые характеристики случайных величин, случайных векторов	28	6	6		16
5	Теория корреляции	28	6	6		16
6	Предельные теоремы теории вероятностей	24	4	4		16
7	Случайный процесс, его закон распределения и характеристики	24	4	4		16
8	Типы случайных процессов	24	4	4		16
9	Элементы стохастического анализа случайных процессов	24	4	4		16
	Итого:	180	34	34		112
	Всего:	324	52	50		222

4.2 Содержание разделов дисциплины

4.2 Содержание разделов дисциплины

№ 1 Основные определения и теоремы теории вероятностей

Стохастический эксперимент, пространство элементарных исходов. Случайные события, классификация событий, действия над событиями, алгебра событий, сигма-алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей. Вероятностное пространство: дискретное вероятностное пространство, непрерывное вероятностное пространство. Условные вероятности, теоремы умножения вероятностей, независимость событий, взаимная независимость событий. Полная группа событий, формула полной вероятности, формулы Байеса. Повторные

независимые испытания: схема Бернулли, формула Бернулли, формула Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.

№ 2 Случайные величины, случайные векторы и их законы распределения

Определение случайной величины, случайного вектора. Дискретная случайная величина (дискретный случайные вектор). Распределение вероятностей случайной величины/вектора. Ряд распределения дискретной случайной величины, таблица распределения двумерного дискретного случайного вектора. Функция распределения случайной величины/вектора и её свойства. Некоторые законы распределения дискретных случайных величин: биноминальное, геометрическое, Пуассона и др. Непрерывная случайная величина/вектор. Плотность распределения вероятностей случайной величины/вектора и её свойства. Некоторые законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное, экспоненциальное, нормальное. Законы распределения компонент случайного вектора и проблема разрешимости обратной задачи. Условные распределения. Теоремы умножения. Зависимость и независимость компонент случайного вектора.

№ 3 Функции случайных величин и их законы распределения

Функция одного случайного аргумента и её закон распределения в случае дискретной и непрерывной случайной величины. Векторная функция векторного случайного аргумента и её закон распределения. Скалярная функция векторного случайного аргумента и её закон распределения. Распределение некоторых функций от нормально распределенных случайных величин.

№ 4 Числовые характеристики случайных величин, случайных векторов

Математическое ожидание функции от случайных величин и его свойства. Моменты случайных величин. Дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства. Мода, медиана, квантили. Характеристики формы распределения: коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса. Условные числовые характеристики.

№ 5 Теория корреляции

Ковариация случайных величин, коэффициент корреляции и их свойства. Ковариационная и корреляционные матрицы. Многомерный нормальный закон распределения. Наилучшая линейная аппроксимация одной случайной величины другой, функция регрессии, остаточная дисперсия. Корреляционное отношение, коэффициент детерминации и его свойства. Наилучшая линейная аппроксимация в многомерном случае. Частный коэффициент корреляции в трехмерном и многомерном случаях.

№ 6 Предельные теоремы теории вероятностей

Закон больших чисел: неравенства Чебышева, теорема Чебышева, теорема Бернулли, теорема Пуассона. Центральная предельная теорема и её следствия.

№ 7 Случайный процесс, его закон распределения и характеристики

Случайный процесс, траектории случайного процесса, временные сечения. Одномерный, двумерный и N-мерный законы распределения случайного процесса. Математическое ожидание, ковариационная функция, взаимная ковариационная функция случайного процесса.

№ 8 Типы случайных процессов

Стационарные случайные процессы в узком смысле. Стационарные случайные процессы в широком смысле. Эргодические процессы. Процессы с независимыми приращениями. Процессы с ортогональными приращениями. Гауссовский случайный процесс. Винеровский случайный процесс. Марковский случайный процесс. Пуассоновский случайный процесс.

№ 9 Элементы стохастического анализа случайных процессов

Сходимость в L2. Непрерывность. Дифференцируемость. Интегрируемость.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Элементы комбинаторики. События, действия над событиями	2
2	1	Дискретное вероятностное пространство. Непрерывное вероятностное пространство	2
3	1	Условные вероятности, теоремы умножения вероятностей, независимость событий, взаимная независимость событий. Полная группа событий, формула полной вероятности, формулы Байеса	2
4	1	Повторные независимые испытания	2
5	2	Дискретная случайная величина, дискретный случайный вектор и их законы распределения	2
6	2	Некоторые частные законы распределения дискретных случайных величин	2
7	2	Непрерывная случайная величина, непрерывный случайный вектор и их законы распределения	2
8	2	Некоторые частные законы распределения непрерывных случайных величин	2
9	2	Зависимость и независимость компонент случайного вектора. Условные распределения. Теоремы умножения	2
10	3	Функции одного случайного аргумента	2
11-12	3	Скалярная функция векторного случайного аргумента и её закон распределения	4
13	4	Расчет основных числовых характеристик дискретных случайных величин	2
14	4	Расчет основных числовых характеристик непрерывных случайных величин	2
15	4	Расчет условных числовых характеристик	2
16	5	Расчет числовых характеристик связи двух случайных величин	2
17	5	Построение функции регрессии и её основных характеристик. Расчет частных коэффициентов корреляции	2
18	5	Построение функции регрессии и её основных характеристик. Расчет частных коэффициентов корреляции	2
19	6	Закон больших чисел в форме теорем Чебышева и Бернулли	2
20	6	Центральная предельная теорема	2
21	7	Траектория случайного процесса. Сечение случайного процесса	2
22	7	Закон распределения и характеристики случайного процесса	2
22	8	Свойства стационарных, эргодических случайных процессов, случайных процессов с независимыми ортогональных приращениями	2
23	8	Свойства Гауссовкого, Винеровского, Марковского, Пуассоновского случайных процессов	2
24-25	9	Элементы стохастического анализа случайных процессов	4
		Итого:	50

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Теория вероятностей: учеб. для вузов / А. В. Печинкин [и др.]; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 456 с.

2. Кибзун, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учебное пособие / А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов ; ред. А. И. Кибзун. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2007. – 232 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69320

3. Волков, И.К. Случайные процессы: учеб. для вузов / И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко.- 3-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003, 2006. - 448 с.

4. Миллер, Б. М. Теория случайных процессов в примерах и задачах : учебное пособие : [16+] / Б. М. Миллер, А. Р. Панков. – Москва : Физматлит, 2007. – 318 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76563

5.2 Дополнительная литература

1. Дж. Кемени Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж. Снелл – М.: Наука, 1970. - 270с.

2. Айвазян, С. А. Прикладная статистика. Основа эконометрики: в 2 т.: учеб. для вузов / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. - Т. 1: Теория вероятностей и прикладная статистика. - 2001. - 656 с.

3. Методы и модели эконометрики [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по программам высшего образования по направлениям подготовки 01.03.04 Прикладная математика, 38.04.01 Экономика, 38.03.05 Бизнес-информатика / под ред. А. Г. Реннера; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Ч. 1. Анализ данных. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 14.90 Мб). - Оренбург : ОГУ, 2015. - 574 с. - Загл. с тит. экрана. - Adobe Acrobat Reader 5.0. - Режим доступа: http://artlib.osu.ru/web/books/metod_all/8283_20150703.pdf - ISBN 978-5-7410-1331-1

4. Шведов, А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: промежуточный уровень: учебное пособие : [16+] / А. С. Шведов. – Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2017. – 281 с. – (Учебники Высшей школы экономики). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=486562

5. Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах : учебное пособие : [16+] / М. Я. Кельберт, Ю. М. Сухов ; пер. Л. Сахно, В. Кнопова, Ю. Мишура. – Москва : МЦНМО, 2010. – Том 1. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. – 486 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69109

6. Аркашов, Н. С. Теория вероятностей и случайные процессы : учебное пособие : [16+] / Н. С. Аркашов, А. П. Ковалевский ; Новосибирский государственный технический университет. – 2-е изд. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 238 с. : ил., табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576617

5.3 Периодические издания

1. Вопросы статистики: журнал. - Режим доступа: по подписке. – URL: https://eivis.ru/browse/publication/4633

5.4 Интернет-ресурсы

1. https://stepik.org/course/3089/promo?search=6757203448 – Stepik, онлайн-курс «Теория вероятностей»
2. https://stepik.org/course/57281/promo?search=6798674094 – Stepik, онлайн-курс «Теория вероятностей - II (дискретные случайные процессы)»

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Операционная система РЕД ОС.

2. Пакет офисных приложений «МойОфис Образование»

3. Для работы с ресурсами Интернет - веб-браузер Яндекс https://yandex.ru/..

4. ГАРАНТ Платформа F1 [Электронный ресурс]: справочно-правовая система. / Разработчик ООО НПП «ГАРАНТ-Сервис», 119992, Москва, Воробьевы горы, МГУ, [1990–2026]. – Режим доступа в сети ОГУ http://garant.net.osu.ru

5. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования - АИССТ (зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610456, правообладатель – Оренбургский государственный университет), режим доступа - http://aist.osu.ru.

6. Платформа «DION» (Конфигурация «DION EDU»)

7. Веб-браузер Яндекс (https://yandex.ru/)

7. Университетская платформа электронного обучения «Электронные курсы ОГУ в системе обучения Moodle» (http://moodle.osu.ru)

8. Университетская платформа для сопровождения процедуры проведения экзаменационных испытаний с использованием дистанционных образовательных технологий (https://exam.osu.ru/)

9. Python 3.* - язык программирования с открытым исходным кодом. Доступен бесплатно. Режим доступа: https://www.python.org/downloads/

10. Дистрибутив Anaconda. Доступен бесплатно. Режим доступа: https://www.anaconda.com/products/distribution

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой подключенной к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.