Минобрнауки России

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет имени В.А. Бондаренко»

Кафедра прикладной математики

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

*«Б1.Д.Б.16 Методы оптимизации»*

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
*09.03.02 Информационные системы и технологии*
(код и наименование направления подготовки)

*Разработка корпоративных систем и цифровых решений*
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация
*Бакалавр*

Форма обучения
*Очная*

Год набора 2026

Рабочая программа дисциплины «*Б1.Д.Б.16 Методы оптимизации*» рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

Кафедра прикладной математики
*наименование кафедры*

протокол № _____от "___" _____ 20__г.

Заведующий кафедрой
Кафедра прикладной математики _____ И.П. Болодурина
*наименование кафедры* *подпись* *расшифровка подписи*

*Исполнители:*
Зав. кафедрой, д.т.н., профессор _____ И.П. Болодурина
*должность* *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Председатель методической комиссии по направлению подготовки
09.03.02 Информационные системы и технологии _____ И.П. Болодурина
*код наименование* *личная подпись* *расшифровка подписи*

Заведующий отделом формирования фонда и научной обработки документов
_____ С.А. Бикмаширова
*личная подпись* *расшифровка подписи*

Уполномоченный по качеству института
_____ С.Н. Морозова
*личная подпись* *расшифровка подписи*

№ регистрации _____

© Болодурина И.П., 2026
© ОГУ, 2026

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины:

Формирование у обучающихся теоретико-практической базы в области методов математической оптимизации от классических методов минимизации и линейного программирования до дискретной оптимизации и графовых алгоритмов для решения прикладных задач разработки корпоративных систем и цифровых решений, включая оптимизацию производительности ПО, распределение ресурсов и маршрутизацию данных.

**Задачи:**

- освоение понятийного аппарата теории оптимизации, классификации оптимизационных задач и общих принципов построения математических моделей прикладных задач;
- изучение классических и современных методов безусловной и условной оптимизации функций одной и многих переменных;
- освоение методов линейного, целочисленного и нелинейного программирования, элементов выпуклого анализа;
- изучение дискретной оптимизации и графовых алгоритмов, применяемых в корпоративных ИТ-системах;
- формирование умения формализовать задачи ИТ-отрасли на языке математического моделирования и осуществлять обоснованный выбор методов их решения;
- развитие навыков программной реализации алгоритмов оптимизации с использованием специализированных библиотек и инструментов;
- формирование умения интерпретировать результаты численного решения задач оптимизации.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.11 Основы программирования, Б1.Д.Б.13 Математика, Б1.Д.Б.22 Дискретная математика*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.В.13 Мониторинг и оптимизация производительности программного обеспечения*

## 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

| Код и наименование формируемых компетенций | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций |
|---|---|---|
| ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ОПК-1-В-1 Применяет основы естественнонаучных и общеинженерных знаний в профессиональной деятельности<br>ОПК-1-В-2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического | **Знать:**<br>понятийный аппарат теории оптимизации, классификацию оптимизационных задач, свойства выпуклых функций и множеств, основные теоремы линейного и нелинейного программирования, условия экстремума; классические и современные методы минимизации функций одной и многих переменных, методы линейного, целочисленного и нелинейного программирования, |

| Код и наименование формируемых компетенций | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций |
|---|---|---|
| | анализа и моделирования<br>ОПК-1-В-3 Использует методы теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности | графовые алгоритмы.<br>**Уметь:**<br>идентифицировать тип оптимизационной задачи, формализовать прикладную задачу ИТ-отрасли на языке математического моделирования, выбирать адекватный метод оптимизации, проводить сравнительный анализ методов, интерпретировать результаты численного решения.<br>**Владеть:**<br>методами проверки выпуклости, приемами приведения задач к стандартным формам, классическими приемами решения задач оптимизации, навыками применения прикладных программных средств для численного решения экстремальных задач. |
| ПК*-2 Способен разрабатывать и отлаживать программный код | ПК*-2-В-2 Формализует задачу ИТ отрасли в язык естественнонаучных дисциплин<br>ПК*-2-В-3 Осуществляет обоснованный выбор методов и алгоритмов для программной реализации формальной математической модели | **Знать:**<br>типовые задачи корпоратных ИТ-систем, сводимые к задачам оптимизации (оптимизация производительности, распределение ресурсов, маршрутизация, планирование расписаний), алгоритмы численных методов оптимизации, метаэвристические методы.<br>**Уметь:**<br>анализировать предметную область корпоративной системы, выявлять оптимизируемые параметры, формулировать целевую функцию и систему ограничений, разрабатывать алгоритмические процедуры для решения задач оптимизации, реализовывать методы на языках программирования (Python, C++), использовать специализированные библиотеки, настраивать параметры метаэвристических алгоритмов.<br>**Владеть:**<br>методикой построения математических моделей задач ИТ-отрасли, навыками программирования алгоритмов оптимизации, методами отладки и тестирования вычислительных процедур, приемами оптимизации кода, инструментами профилирования производительности реализованных алгоритмов. |

## 4 Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

| Вид работы | Трудоемкость, академических часов | |
|---|---|---|
| | 6 семестр | всего |
| **Общая трудоёмкость** | **144** | **144** |
| **Контактная работа:** | **53,25** | **53,25** |
| Лекции (Л) | 18 | 18 |
| Лабораторные работы (ЛР) | 34 | 34 |
| Консультации | 1 | 1 |
| Промежуточная аттестация (зачет, экзамен) | 0,25 | 0,25 |
| **Самостоятельная работа:**<br>- выполнение индивидуального творческого задания (ИТЗ);<br>- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;<br>- изучение разделов курса в системе электронного обучения;<br>- подготовка к лабораторным занятиям;<br>- подготовка к рубежному контролю и т.п.) | **90,75** | **90,75** |
| **Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)** | **экзамен** | |

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | всего | аудиторная работа | | | внеауд. работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | Общая постановка задачи оптимизации. Методы минимизации функции одной переменной. | 20 | 2 | | 4 | 14 |
| 2 | Методы минимизации функций многих переменных. | 26 | 4 | | 4 | 18 |
| 3 | Задача линейного и целочисленного программирования. | 30 | 4 | | 8 | 18 |
| 4 | Элементы выпуклого анализа и методы условной оптимизации. | 30 | 4 | | 10 | 16 |
| 5 | Дискретная оптимизация и графовые алгоритмы в корпоративных системах. | 38 | 4 | | 8 | 26 |
| | Итого: | 144 | 18 | | 34 | 92 |
| | Всего: | 144 | 18 | | 34 | 92 |

### 4.2 Содержание разделов дисциплины

**Раздел 1. Общая постановка задачи оптимизации. Методы минимизации функции одной переменной.**

Постановка задачи оптимизации, виды задач оптимизации и основные положения теории оптимизации. Примеры содержательных задач на минимум и максимум в корпоративных ИТ-системах (подбор параметров конфигурации, настройка гиперпараметров). Теорема о сокращении интервала неопределенности. Методы минимизации функции одной переменной: деления отрезка пополам, золотого сечения, Фибоначчи, Ньютона, идея метода, геометрическая интерпретация,

алгоритм и общая схема численного решения, программная реализация, сравнительный анализ методов.

**Раздел 2. Методы минимизации функций многих переменных.**

Постановка задачи безусловной оптимизации функций многих переменных. Методы минимизации функций многих переменных: наискорейшего спуска, сопряженных градиентов, конфигураций, Ньютона, квазиньютоновские методы, идея методов, геометрическая интерпретация, алгоритм и общая схема численного решения, программная реализация, сравнительный анализ методов. Применение в задачах машинного обучения, обучения нейронных сетей и калибровки моделей производительности корпоративных систем.

**Раздел 3. Задача линейного и целочисленного программирования.**

Задача линейного программирования: постановка задачи, примеры в логистике и распределении ресурсов ИТ-инфраструктуры. Графический метод решения задачи линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Теоремы Данцига для задач линейного программирования. Симплекс-метод, идея метода, алгоритм и общая схема численного решения, программная реализация. Поиск начального базиса. Элементы двойственности в линейном программировании и основные теоремы двойственности. Целочисленное программирование: алгоритм Гомори метода отсечений, метод ветвей и границ, идея методов, алгоритм, программная реализация. Транспортная задача: постановка и математическая модель транспортной задачи, свойства замкнутой модели, методы построения первого опорного решения, метод потенциалов.

**Раздел 4. Элементы выпуклого анализа и методы условной оптимизации.**

Выпуклые и сильно выпуклые функции и их свойства (основные теоремы). Критерии выпуклости гладких функций. Теоремы отделимости выпуклых множеств. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Теорема Куна-Таккера. Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств, для задач со смешанными ограничениями, идея метода, алгоритм, программная реализация. Понятие о двойственной задаче (основные теоремы). Теорема о штрафных функциях. Метод штрафных функций, метод барьерных функций, метод проекций градиентов, идея методов, геометрическая интерпретация, алгоритм и общая схема численного решения, программная реализация, условия сходимости методов. Применение в задачах условной оптимизации распределения вычислительных ресурсов.

**Раздел 5. Дискретная оптимизация и графовые алгоритмы в корпоративных системах.**

Постановка задач дискретной оптимизации. Графовые модели в корпоративных ИТ-системах. Задачи на графах: поиск кратчайшего пути (алгоритмы Дейкстры, Форда-Беллмана), задача о максимальном потоке (алгоритм Форда-Фалкерсона, Эдмондса-Карпа), задача о минимальном остовном дереве (алгоритмы Прима, Краскала), идея методов, алгоритм, программная реализация, сравнительный анализ. NP-трудные комбинаторные задачи: задача коммивояжера, задача о рюкзаке. Метаэвристические методы: генетические алгоритмы, имитация отжига, идея методов, алгоритм, программная реализация. Применение в маршрутизации сетевого трафика, планировании расписаний и балансировке нагрузки.

### 4.3 Лабораторные работы

| № ЛР | № раздела | Наименование лабораторных работ | Кол-во часов |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | Методы минимизации функции одной переменной | 4 |
| 2 | 2 | Методы минимизации функций многих переменных | 4 |
| 3 | 3 | Симплекс-метод для решения задачи линейного программирования | 4 |
| 4 | 3 | Целочисленное программирование и транспортная задача | 4 |
| 5 | 4 | Метод штрафных функций и метод множителей Лагранжа | 6 |
| 6 | 4 | Метод проекций градиента | 4 |
| 7 | 5 | Графовые алгоритмы оптимизации в сетевых моделях | 4 |
| 8 | 5 | Метаэвристические алгоритмы | 4 |
| | | Итого: | 34 |

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

1 Андреева Е.А. Вариационное исчисление и методы оптимизации: Учебное пособие / Е.А. Андреева , В.М. Цирулева. Оренбург : ГОУ ОГУ, ; Тверь: ТГУ 2004. - 575 с. - ISBN 5-7410-5412-5.

2. Лесин В.В. Основы методов оптимизации : учеб. пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец.- 3-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2011. - 342 с. - ISBN 978-5-8114-1217-4.

3. Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / А. В. Пантелеева, Т. А. Летова. - М. : Высш. шк., 2002. - 544 с. - ISBN 5-06-004137-9.

### 5.2 Дополнительная литература

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: учебное пособие. - М. : Изд-во МЭИ, 2003. - 596 с. - ISBN 5-7046-0919-8.

2. Болодурина И. П. Курс лекций по дисциплине "Методы оптимизации" [Текст] : учебное пособие / И. П. Болодурина. - Оренбург : ИПК ГОУ ОГУ, 2002. - 93 с.

3. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учебник. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 488 с. - ISBN 5-7038-1270-4. - ISBN 5-7038-1370-0.

4. Васильев О.В., Аргучинцев А. В. Методы оптимизации в задачах и упражнениях: Учебное пособие. - М..: Физматлит, 1999. - 208 с. - ISBN 5-9221-0006-8.

5. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. Учебное пособие / Ф.П. Васильев - М.: "Наука", 1988.- 552 с.

6. Галеев, Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи: Учебное пособие / В. М. Тихомиров - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с. - ISBN 5-8360-0041-7.

7. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы = Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte [Текст] : пер. с пол. / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. - М. : Горячая линия-Телеком, 2007. - 383 с. : ил. - Парал. тит. л. пол. - Библиогр.: с. 379-380. - Предм. указ.: с. 381-383. - ISBN 5-93517-103-1. - ISBN 83-01-12304-4.

### 5.3 Периодические издания

1 Математическое моделирование : журнал. - М. : АРСМИ.

2. Информационные технологии : журнал. - М. : Агентство "Роспечать".

3. Вестник компьютерных и информационных технологий : журнал. - М. : Агентство "Роспечать".

### 5.4 Интернет-ресурсы

http://allmath.ru/appliedmath/operations/problems-tgru/zadachi.htm - Задачи по исследованию операций;

http://www.exponenta.ru/ - Математический сайт с большим количеством методических материалов по высшей математике и математическим компьютерным пакетам

http://www.math.ru/ - Научно-популярный математический сайт

http://www.intuit.ru – сайт Интернет-университета информационных технологий, представляет учебные курсы по разным областям ИТ

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/optimize.html — Документация SciPy по методам оптимизации

https://networkx.org/documentation/stable/reference/algorithms/index.html — Документация NetworkX по алгоритмам на графах

https://coin-or.github.io/pulp/ — Документация PuLP (Python Linear Programming library)

**5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Операционная система РЕД ОС.
2. Пакет офисных приложений «МойОфис Образование»
3. Для работы с ресурсами Интернет - веб-браузер Яндекс https://yandex.ru/.
4. ГАРАНТ Платформа F1 [Электронный ресурс]: справочно-правовая система. / Разработчик ООО НПП «ГАРАНТ-Сервис», 119992, Москва, Воробьевы горы, МГУ, [1990–2026]. – Режим доступа в сети ОГУ http://garant.net.osu.ru
5. Автоматизированная интерактивная система сетевого тестирования - АИССТ (зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610456, правообладатель – Оренбургский государственный университет), режим доступа - http://aist.osu.ru.
6. SciPy — библиотека для научных вычислений на Python, включает модуль scipy.optimize для решения задач оптимизации. Свободно распространяется по лицензии BSD License. URL: https://scipy.org/
7. PuLP — библиотека для линейного программирования на Python, поддерживает решение задач ЛП и ЦЛП. Свободно распространяется по лицензии MIT License. URL: https://coin-or.github.io/pulp/
8. CVXPY — библиотека для выпуклой оптимизации на Python. Свободно распространяется по лицензии Apache License 2.0. URL: https://www.cvxpy.org/
9. NetworkX — библиотека для работы с графами и сетями на Python, включает реализацию алгоритмов поиска кратчайших путей, максимального потока, минимального остовного дерева. Свободно распространяется по лицензии BSD License. URL: https://networkx.org/
10. GLPK (GNU Linear Programming Kit) — пакет для решения задач линейного программирования, смешанного целочисленного программирования и других связанных задач. Свободно распространяется по лицензии GNU GPL. URL: https://www.gnu.org/software/glpk/
11. COIN-OR — открытая инициатива по разработке программного обеспечения для исследования операций, включает решатели CLP (линейное программирование), CBC (целочисленное программирование), Ipopt (нелинейное программирование). Свободно распространяется по лицензии Eclipse Public License. URL: https://www.coin-or.org/
12. Jupyter Notebook / JupyterLab — интерактивная среда для работы с кодом, визуализации и документирования. Свободно распространяется по лицензии BSD License. URL: https://jupyter.org/
13. Visual Studio Code — свободно распространяемый редактор кода, отладки, интеграции с Git и множеством расширений для работы с математическими библиотеками. URL: https://code.visualstudio.com/

## 6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Аудитории оснащены комплектами ученической мебели, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Для чтения лекций используется переносной мультимедийный комплект: ноутбук, проектор, экран.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет" с доступом в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ОГУ.