

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан математического факультета  
Герасименко С.А.  
(подпись, расшифровка подписи)  
26 сентября 2014г



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Б.1.Б.10.3 Дифференциальные и интегральные уравнения и вариационное исчисление»*

Уровень высшего образования

**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки

03.03.02 Физика

(код и наименование направления подготовки)

Медицинская физика

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа академического бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Оренбург 2015

**Рабочая программа дисциплины «Б.1.Б.10.3 Дифференциальные и интегральные уравнения и вариационное исчисление» /сост. И.Г. Руцкова - Оренбург: ОГУ, 2015**

Рабочая программа предназначена студентам очной формы обучения по направлению подготовки 03.03.02 Физика

© Фамялия И.О., 2015  
© ОГУ, 2015

## Содержание

1 Цели и задачи освоения дисциплины .....	
2 Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	
3 Требования к результатам обучения по дисциплине .....	
4 Структура и содержание дисциплины .....	
4.1 Структура дисциплины .....	
4.2 Содержание разделов дисциплины .....	
4.3 Практические занятия (семинары) .....	
5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	
5.1 Основная литература .....	
5.2 Дополнительная литература .....	
5.3 Периодические издания .....	
5.4 Интернет-ресурсы .....	
5.5 Методические указания к практическим занятиям (семинарам) .....	
5.6 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий .....	
6 Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	
Лист согласования рабочей программы дисциплины .....	
Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины .....	
Приложения:	
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	
Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель (цели)** освоения дисциплины: ознакомление студентов с основными результатами по теории обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и классическими методами их решения и исследования на устойчивость; основами теории интегральных уравнений и вариационного исчисления; формирование возможности использования полученных знаний при изучении последующих математических и специальных дисциплин, а также при построении математических моделей, исследуемых физических процессов и явлений.

### Задачи:

- изучение основных понятий, определений, теорем и методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и систем, теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;
- отработка навыков применения классических приемов и методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и исследования на устойчивость;
- ознакомление с основными приемами решений интегральных уравнений и классических задач вариационного исчисления;
- формирование представлений о возможностях использования методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории интегральных уравнений и вариационного исчисления для решения задач теоретического и прикладного характера;
- приобретение практического опыта применения инструментов теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории интегральных уравнений и вариационного исчисления при решении задач прикладного характера.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)».

Пререквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10.1 Математический анализ, Б.1.Б.10.2 Линейная алгебра и аналитическая геометрия.*

Требования к входным результатам обучения, необходимым для освоения дисциплины

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
<p><b>Знать:</b> о методах и способах поиска необходимой информации, о математических ресурсах библиотек и сети Интернет по математическому анализу, линейной алгебре и аналитической геометрии.</p> <p><b>Уметь:</b> пользоваться справочной математической литературой по математическому анализу, линейной алгебре и аналитической геометрии и соответствующими ресурсами сети Интернет.</p> <p><b>Владеть:</b> методами решения простейших задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии с помощью стандартных математических пакетов и средств ВТ.</p>	ОК-7 способностью к самоорганизации и самообразованию
<p><b>Знать:</b> физический смысл основных понятий и фактов математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии и сферы их применения.</p>	ОПК-1 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке).

Предварительные результаты обучения, которые должны быть сформированы у обучающегося до начала изучения дисциплины	Компетенции
<p><b>Знать:</b> основные понятия, теоремы и методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии и их приложения.</p> <p><b>Уметь:</b> доказывать основные теоремы и решать классические задачи математического анализа и линейной алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>Владеть:</b> алгоритмами и методами вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных, определения их экстремумов, исследования на сходимость числовых и функциональных рядов, действий с комплексными числами, векторами, матрицами и определителями, решения и исследования систем линейных уравнений, определения матриц линейных преобразований, собственных чисел и собственных значений.</p>	ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей

Постреквизиты дисциплины: *Б.1.Б.10.5 Векторный и тензорный анализ, Б.1.Б.19 Теоретическая механика и механика сплошных сред, Б.1.Б.20 Электродинамика, Б.1.Б.21 Термодинамика, статистическая физика и физическая кинетика, Б.1.Б.23 Квантовая механика*

### 3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b> о методах и способах поиска необходимой информации, о математических ресурсах библиотек и сети Интернет по дифференциальным и интегральным уравнениям и вариационному исчислению.</p> <p><b>Уметь:</b> пользоваться справочной математической литературой по дифференциальным и интегральным уравнениям и вариационному исчислению и соответствующими ресурсами сети Интернет.</p> <p><b>Владеть:</b> методами решения дифференциальных и интегральных уравнений с помощью стандартных математических пакетов и средств ВТ.</p>	ОК-7 способностью к самоорганизации и самообразованию
<p><b>Знать:</b> физический смысл основных понятий и фактов дифференциальных и интегральных уравнений и вариационного исчисления и сферы их применения.</p>	ОПК-1 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)

Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
<p><b>Знать:</b> основные понятия, теоремы и методы дифференциальных и интегральных уравнений и вариационного исчисления и их приложения.</p> <p><b>Уметь:</b> доказывать основные теоремы и решать классические задачи дифференциальных и интегральных уравнений и вариационного исчисления.</p> <p><b>Владеть:</b> методами построения решений дифференциальных уравнений и систем, исследования их на устойчивость, решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма первого и второго рода, решения экстремальных задач вариационного исчисления.</p>	ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей
<p><b>Знать:</b> о методах исследования физических процессов с помощью математических моделей, построенных в виде дифференциальных и интегральных уравнений.</p>	ПК-1 способностью использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин

#### 4 Структура и содержание дисциплины

##### 4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>72</b>	<b>108</b>	<b>180</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>34,25</b>	<b>35,25</b>	<b>69,5</b>
Лекции (Л)	18	18	36
Практические занятия (ПЗ)	16	16	32
Консультации		1	1
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,5
<b>Самостоятельная работа:</b> - самостоятельное изучение разделов (перечислить); - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к рубежному контролю и т.п.)	<b>37,75</b>	<b>72,75</b>	<b>110,5</b>
<b>Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)</b>	<b>зачет</b>	<b>экзамен</b>	

## Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений. Теоремы существования и единственности решений	8	2	0	-	6
2	Основные классы уравнений первого порядка и сводящихся к ним	13	3	6	-	6
3	Линейные уравнения $n$ -го порядка	17	5	4	-	6
4	Нормальные системы дифференциальных уравнений	8	2	2	-	4
5	Системы линейных дифференциальных уравнений	14	4	2	-	8
6	Теория устойчивости	12	2	2	-	8
	Итого:	72	18	16		38

## Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
7	Основные понятия теории интегральных уравнений	6	2	0	-	4
8	Интегральные уравнения Вольтера	28	4	4	-	20
9	Интегральные уравнения Фредгольма	30	4	6	-	20
10	Применение интегральных преобразований для решения интегральных уравнений	14	2	2	-	10
11	Основные понятия и методы вариационного исчисления	30	6	4	-	20
	Итого:	108	18	16	-	74
	Всего:	180	36	32	-	112

### 4.2 Содержание разделов дисциплины

#### 1 Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений. Теоремы существования и единственности решений

Основные понятия и определения: обыкновенные дифференциальные уравнения порядка  $n$ , решение, интегральная кривая; уравнение порядка  $n$ , разрешенное относительно старшей производной. Примеры возникновения дифференциальных уравнений. Задача Коши: постановка, геометрический смысл.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка: поле направлений, изоклины, ломаные Эйлера, уравнение вида  $y' = f(x)$ : формула для общего решения и решения задачи Коши, достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения  $y' = f(x, y)$ , понятие общего и частного решений для уравнения первого порядка, понятие общего и частного интегралов, уравнения, интегрируемые в квадратурах. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши для уравнения вида:  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ . Понятие общего и частного

решений для уравнения  $n$ -го порядка. Теорема о существовании и единственности для дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной. Особые решения.

## **2 Основные классы уравнений первого порядка и сводящихся к ним**

Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Уравнения вида  $y' = f(y/x)$  и приводящиеся к ним. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Интегрирование уравнений, неразрешенных относительно производной, путем введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения, допускающие понижение порядка.

## **3 Линейные уравнения $n$ -го порядка**

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка: определение, теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка: определение, простейшие свойства решений. Понятие линейной зависимости (независимости) системы функций на интервале. Определитель Вронского: определение, достаточные условия обратимости определителя в нуль на интервале. Достаточные условия линейной независимости системы функций на интервале. Критерий линейной независимости  $n$  решений линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Понятие о фундаментальной системе решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка, теорема о её существовании. Теорема о свойстве частных решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения. Определение линейного однородного дифференциального уравнения по фундаментальной системе решений. Формула Остроградского – Лиувилля.

Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Отыскание частных решений линейного неоднородного дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных. Метод суперпозиции.

Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами: определение, понятие характеристического уравнения, правило выбора фундаментальной системы решений. Вид общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от корней характеристического уравнения. Построение частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка методом неопределенных коэффициентов в случае правой части специального вида:  $f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$ ;  $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$ .

## **4 Нормальные системы дифференциальных уравнений**

Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений: основные определения и понятия (решение, задача Коши). Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие общего и частного решений для нормальной системы дифференциальных уравнений. Матричная форма записи нормальной системы дифференциальных уравнений. Физическая интерпретация.

Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений методом сведения к одному дифференциальному уравнению более высокого порядка.

Решение нормальных систем дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций. Понятие о первом интеграле: определение, геометрический смысл. Симметрическая форма записи системы дифференциальных уравнений. Способы получения интегрируемых комбинаций.

Зависимость решений дифференциальных уравнений и систем от начальных значений и параметров. Теорема о дифференцируемости решений по параметрам.

## **5 Системы линейных дифференциальных уравнений**

Системы линейных дифференциальных уравнений: основные определения и понятия, теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы дифференциальных уравнений, матричная форма записи.

Однородная система линейных дифференциальных уравнений, определение, простейшие свойства решений. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов (вектор-функций).

Определитель Вронского для системы векторов (вектор-функций). Его свойства (достаточные условия обратимости в нуль, достаточные условия линейной независимости системы функций). Критерий линейной независимости системы решений линейной однородной системы. Фундаментальная система решений, фундаментальная матрица, её свойства. Теорема о структуре общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений.

Теорема о структуре общего решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Построение частных решений линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных и методом суперпозиции.

Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: основные определения и понятия. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: характеристическое уравнение, алгоритмы построения линейно независимых решений, в зависимости от свойств корней характеристического уравнения: (действительность, кратность). Алгоритмы построения частных решений линейных неоднородных систем с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов.

## **6 Теория устойчивости**

Теория устойчивости: основные определения и понятия (устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость решения системы и системы.). Алгоритм сведения исследования на устойчивость решения системы к исследованию на устойчивость нулевого решения вспомогательной системы. Понятие о точке покоя системы дифференциальных уравнений. Определение устойчивости по Ляпунову (асимптотической устойчивости) тривиального решения. Критерии устойчивости решений линейной неоднородной системы.

Критерий устойчивости линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений. Критерий асимптотической устойчивости линейной неоднородной системы. Критерий устойчивости однородной линейной системы. Критерий асимптотической устойчивости однородной системы линейных уравнений. Критерий устойчивости линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Достаточные условия асимптотической устойчивости (неустойчивости) тривиального решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Исследование на устойчивость по первому приближению: основные понятия. Теорема Ляпунова. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова: основные понятия и определения. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости.

## **7 Основные понятия теории интегральных уравнений**

Интегральные уравнения: основные понятия и определения, классификация. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Постановка основных задач математической физики в виде интегральных уравнений.

Линейные интегральные уравнения: определение, классификация (первого рода, второго рода, третьего рода); классификация в зависимости от свойств ядра (Фредгольма, Вольтерра, сингулярные). Представление линейных уравнений первого и второго рода на отрезке. Понятие о параметре линейного интегрального уравнения.

## **8 Интегральные уравнения Вольтерра**

Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода: основные определения и понятия, связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра, решение методом сведения к дифференциальным уравнениям. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты. Решение интегральных уравнений Вольтера второго рода методом последовательных приближений.

Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода: основные понятия и определения. Интегральные уравнения Абеля, обобщенное уравнение Абеля: определение, формула для построения решений. Решение интегральных уравнений Вольтера первого рода методом сведения к уравнениям второго рода.

## **9 Интегральные уравнения Фредгольма**

Уравнение Фредгольма 2-го рода: основные определения и понятия, построение решений методом определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итери-

рованных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Задача Штурма-Лиувилля. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Функция Грина: определение, построение, применение к решению краевых задач, сведение к интегральным уравнениям краевых задач, содержащих параметр.

Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода: основные определения и понятия. Теорема Пикара. Метод производящих функций. Понятие о корректных и некорректных задачах.

### 10 Применение интегральных преобразований для решения интегральных уравнений

Применение экспоненциального преобразования Фурье, синус и косинус-преобразования Фурье, преобразования Лапласа.

### 11 Основные понятия и методы вариационного исчисления

Вариационное исчисление: основные определения и понятия. Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах. Примеры и приложения.

Вариация и её свойства. Функционалы и их свойства. Вариационные задачи в параметрической форме. Необходимые и достаточные условия экстремума функционала, задачи на условный экстремум, задачи с закрепленными границами и подвижной границей. Прямые методы в вариационных задачах. Понятие о приближенных методах решения вариационных задач.

## 4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	2	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.	2
2	2	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.	2
3	2	Уравнения, допускающие понижение порядка Контрольная работа.	2
4	3	Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами: построение общих и частных решений. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка: построение решений методом вариации постоянных.	2
5	3	Построение частных решений линейных неоднородных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов и методом суперпозиций.	2
6	4	Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений методом сведения к дифференциальному уравнению более высокого порядка и методом интегрируемых комбинаций.	2
7	5	Построение решений систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	2
8	6	Исследование систем дифференциальных уравнений на устойчивость.	2
9	8	Построение решений уравнений Вольтера второго рода методом сведения к дифференциальному уравнению. Построение решений уравнения Абеля.	2
10	8	Построение решений уравнений Вольтера второго рода с помощью резольвенты и методом последовательных приближений.	2
11	9	Построение решений уравнений Фредгольма второго рода методом определителей.	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
12	9	Построение решений уравнений Фредгольма второго рода с вырожденным ядром. Однородные уравнения Фредгольма второго рода: характеристические числа и собственные функции.	2
13	9	Уравнения Фредгольма первого рода.	2
14	10	Применение преобразования Фурье и Лапласа для решения интегральных уравнений	2
15	11	Использование необходимого условия экстремума при решении задач вариационного исчисления.	2
16	11	Использование достаточного условия экстремума при решении задач вариационного исчисления.	2
		Итого:	32

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Основная литература

- 1 Асташова, И.В.** Дифференциальные уравнения. Часть 2: учебно-практическое пособие /И.В. Асташова, В.А. Никишин. – М.: Изд. центр ЕАОИ, 2011 – 107 с. ISBN: 978-5-37400487-8 [Электронный ресурс] – Режим доступа: [WWW.URL:](http://WWW.URL:) [http://biblioclub.ru/90342\\_Differentsialnye\\_uravneniya\\_Chast\\_2.html](http://biblioclub.ru/90342_Differentsialnye_uravneniya_Chast_2.html)
- 2 Асташова, И.В.** Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения»: учебное пособие / И.В. Асташова, В.А. Никишин. – М.: М.: Евразийский открытый институт, 2011. - 96 с. ISBN: 978-5-374-00488-5 [Электронный ресурс] – Режим доступа: [WWW.URL:](http://WWW.URL:) <http://www.biblioclub.ru/book/90289/>
- 3 Пантелеев, А. В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. – М.: Логос, 2010. - 384 с.: ил. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469288>
- 4 Романко В. К.** Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] / Романко В. К. - БИНОМ. ЛЗ, 2012. Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=365617>

### 5.2 Дополнительная литература

- 1 Агафонов, С. А.** Дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. для вузов / С. А. Агафонов, А. Д. Герман, Т. В. Муратова; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко.- 4-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 352 с. - (Математика в техническом университете ; вып. 8). - Библиогр.: с. 335-337. - Предм. указ.: с. 338-343. - ISBN 5-7038-2484-2. - ISBN 5-7038-2796
- 2 Агафонов, С. А.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. пособие для вузов / С. А. Агафонов, Т. В. Муратова. - М. : Академия, 2008. - 239 с. : ил. - (Университетский учебник).- (Прикладная математика и информатика). - Библиогр.: с. 231-232. - Предм. указ.: с. 233-235. - ISBN 978-5-7695-2581-0.
- 3 Альсевич Л. А.** Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. - Минск: Выш. шк., 2012. – 382 с.: ил. - ISBN 978-985-06-2111-5. Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=508479>
- 4 Амелькин В.В.** Дифференциальные уравнения в приложениях. - М: Наука, 1987 - 158 с.
- 5 Арнольд, В. И.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Арнольд.- 2-е изд., стер. - М. : Наука, 1975. - 240 с.
- 6 Белецкая, Н. В.** Конспект лекций по дифференциальным уравнениям [Текст] : учебное пособие / Н. В. Белецкая; Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Моск. гос. ин-т радиотехники, электроники и автоматики (Техн. ун-т)". - Москва : МИРЭА, 2010. - 141 с. - Библиогр.: с. 139. - ISBN 978-5-7339-0775-8.

- 7 **Бибиков, Ю. Н.** Общий курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие / Ю. Н. Бибиков. - 2-е изд., перераб. - СПб. :Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2005. - 276 с. - (Петербургская классика). - Предм. указ.: с. 272-273. - ISBN 5-288-03819-8.
- 8 **Битнер, Г. Г.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по инженерно-техническим направлениям и специальностям / Г. Г. Битнер. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2012. - 205 с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 132-201. - Библиогр.: с. 202-203. - ISBN 978-5-222-19438-6.
- 9 **Богданов, Ю. С.** Дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. С. Богданов, Ю. Б. Сыроид. - Минск : Вышэйш. шк., 1983. - 240 с. : ил
- 10 **Болодурина, И. П.** Исследование систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов / И. П. Болодурина. - Оренбург : ОГУ, 2004. - 98 с. - Библиогр.: с. 98. - ISBN 5-7410-0616-7.
- 11 **Бугров, Я. С.** Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного [Текст] : учеб. для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 3-е изд., испр. - М. : Наука, 1989. - 464 с
- 12 **Ванько, В. И.** Вариационное исчисление и оптимальное управление [Текст] : учебник для втузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - 3-е изд., испр. - М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 488 с. - (Математика в техническом университете ; вып. XV). - Библиогр.: с. 475-479. - Предм. указ.: с. 480. - ISBN 5-7038-2484-2.
- 13 **Васильева, А. Б.** Интегральные уравнения [Текст] : учеб. для вузов / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. - 2-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 160 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; Вып. 7). - Библиогр.: с. 156-157. - ISBN 5-9221-0275-3.
- 14 **Гельфанд, И. М.** Вариационное исчисление [Текст] : учебник для университетов / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. - М. : Физматлит, 1961. - 228 с. : ил
- 15 **Демидович, Б. П.** Дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 2-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2006. - 288 с. : ил. - (Лучшие классические учебники). - Библиогр.: с. 272-273. - ISBN 5-8114-0677-0.
- 16 **Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление [Текст] : в примерах и задачах / А. Б. Васильева [и др.] . - М. : Физматлит, 2003. - 432 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; вып. 10). - Библиогр.: с. 430-431. - ISBN 5-9221-0276-1.**
- 17 **Егоров, А. И.** Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями [Текст] : [учеб. издание] / А. И. Егоров. - М. : Физматлит, 2003. - 384 с. - Библиогр.: с. 375-376. - Предм. указ.: с. 377-380. - ISBN 5-9221-0385-7.
- 18 **Каратеодори, К.** Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных = Calculus of Variations and Partial Differential Equations of the First Order [Текст] / К. Каратеодори; пер. с англ. Л. Б. Вертгейма ; под ред. С. В. Болотина, И. С. Тайманова. - Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2012. - 552 с. - Библиогр.: с. 511-534. - Предм. указ.: с. 545-552. - ISBN 978-5-4344-0081-7.
- 19 **Карташев, А. П.** Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. П. Карташев, Б. П. Рождественский. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 272 с.
- 20 **Краснов, М. Л.** Интегральные уравнения [Текст] : задачи и примеры с подробными решениями: учеб. пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 3-е изд., испр. - М. : УРСС, 2003. - 192 с. - (Вся высшая математика в задачах) - ISBN 5-354-00390-3.
- 21 **Краснов, М. Л.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : задачи и упражнения с подробными решениями: учеб. пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 7-е изд. - М. : Либроком, 2009. - 253 с. - (Вся высшая математика в задачах). - Прил.: с. 248-250. - ISBN 978-5-397-00206-6.
- 22 **Лизоркин, П. И.** Курс дифференциальных и интегральных уравнений [Текст] : с дополнительными главами анализа / П. И. Лизоркин. - М. : Наука, 1981. - 384 с.
- 23 **Мартинсон, Л. К.** Дифференциальные уравнения математической физики [Текст] : учебник для втузов / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - 3-е

- изд., испр. - М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 368 с. - (Математика в техническом университете ; вып. XII). - Библиогр.: с. 361-362. - Предм. указ.: с. 363. - ISBN 5-7038-2792-2.
- 24 Матвеев, Н. М.** Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие / Н. М. Матвеев.- 5-е изд., доп. - СПб. : Лань, 2003. - 832 с. : ил - ISBN 5-8114-0476-X.
- 25 Матвеев, Н. М.** Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст] : учеб. пособие / Н. М. Матвеев. - М. : Лань, 2002. - 432 с. : ил. - ISBN 5-8114-0436-0.
- 26 Михлин, С. Г.** Лекции по линейным интегральным уравнениям [Текст] : учеб. пособие / С. Г. Михлин . - М. : Физматлит, 1959. - 232 с
- 27 Младов, А. Г.** Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / А. Г. Младов . - М. : Высш. шк., 1966. - 224 с. : ил.. - Библиогр.: с. 221.
- 28 Пантелеев, А. В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие для ВТУЗов / А. В. Пантелеев, Л. С. Якимова, А. В. Босов. - М. : Высш. шк., 2001. - 376 с. : ил. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Библиогр.: с. 371-373. - ISBN 5-06-004134-4.
- 29 Петровский, И. Г.** Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. Г. Петровский . - М. : Физматлит, 2009. - 208 с. - (Классика и современность. Математика) - ISBN 978-5-9221-1144-7.
- 30 Понтрягин, Л. С.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебник для гос. ун-тов / Л. С. Понтрягин .- 3-е изд., стер. - М. : Наука, 1970. - 332 с. : ил.. - Предм. указ.: с. 329-331.
- 31 Романко, В. К.** Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. К. Романко.- 2-е изд. - М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. - (Технический университет). - Библиогр.: с. 341-342. - ISBN 5-93208-097-3.
- 32 Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению** [Текст] / В. К. Романко [и др.] ; под ред. В. К. Романко. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. Базовых Знаний : Физматлит, 2002. - 256 с. : ил.. - (Технический университет) - ISBN 5-93208-120-1.
- 33 Степанов, В. В.** Курс дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. для вузов / В. В. Степанов.- 9-е изд., стер. - М. : КомКнига, 2006. - 472 с. - Алф. указ.: с. 466-468. - ISBN 5-484-00459-4.
- 34 Тихонов, А. Н.** Дифференциальные уравнения [Текст] : учеб. для вузов / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников.- 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2002. - 256 с. - (Курс высшей математики и математической физики ; вып. 6). - Библиогр.: с. 249-253. - ISBN 5-9221-0277-X. - ISBN 5-9221-0134-X.
- 35 Федорюк, М. В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : [учеб. для вузов] / М. В. Федорюк.- 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2003. - 448 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 445-447. - ISBN 5-8114-0491-3.
- 36 Филиппов, А. Ф.** Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. для вузов / А. Ф. Филиппов. - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 240 с - ISBN 5-354-00416-0.
- 37 Филиппов, А. Ф.** Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Ф. Филиппов.- 5-е изд., испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с
- 38 Шалдырван, В.А.** Дифференциальные уравнения /В.А. Шалдырван, К.В. Медведев. – М.: Вузовская книга, 2008. – 356 с. ISBN: 978-5-9502-0317-6 [Электронный ресурс] – Режим доступа: [WWW.URL: http://biblioclub.ru/129685\\_Differentsialnye\\_uravneniya.html](http://biblioclub.ru/129685_Differentsialnye_uravneniya.html)
- 39 Эльсгольц, Л. Э.** Дифференциальные уравнения [Текст] : учебник / Л. Э. Эльсгольц .- 7-е изд. - М. : ЛКИ, 2008. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - Предм. указ.: с. 307-309. - ISBN 978-5-382-00638-3.
- 40 Эльсгольц, Л. Э.** Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление[Текст] : учебник / Л. Э. Эльсгольц.- 4-е изд. - М. : Едиториал УРСС, 2000. - 320 с. - Библиогр.: с. 316. - Предм. указ.: с. 317. - ISBN 5-8360-0098-0.

### 5.3 Периодические издания

Использование периодических изданий не предполагается.

### 5.4 Интернет-ресурсы

<http://ibooks.ru/> - электронная библиотечная система;  
<http://biblioclub.ru/> - университетская библиотека ONLANE;  
<http://e.lanbook.com/> - электронная библиотечная система издательства «Лань»;  
<http://rucont.ru/> - электронная библиотека РУКОНТ;  
<http://lib.mexmat.ru/> - электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;  
<http://moodle.osu.ru/> - электронная система обучения ОГУ;  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> - учебно-образовательная физико-математическая библиотека;  
[www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) – Internet-класс по высшей математике: вся математика, от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов;  
<http://www.wolframalpha.com/> - сайт, где можно проверить решение огромного количества задач.

### 5.5 Методические указания к практическим занятиям (семинарам)

1. **Болодурина, И. П.** Исследование систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов / И. П. Болодурина . - Оренбург : ОГУ, 2004. - 98 с. - Библиогр.: с. 98. - ISBN 5-7410-0616-7.
2. **Гусак, А. А.** Математический анализ и дифференциальные уравнения [Текст] : справ. пособие к решению задач / А. А. Гусак.- 4-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2006. - 416 с. - Библиогр.: с. 411. - ISBN 985-470-345-2.
3. **Крючкова, И. В.** Математический анализ. Третий семестр - дифференциальные уравнения [Текст] : метод. указания / И. В. Крючкова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т". - Оренбург : ИПК ГОУ ОГУ, 2011. - 80 с. - Библиогр.: с. 80.
4. **Матвейкина, В. П.** Дифференциальные уравнения [Текст] : метод. указания / В. П. Матвейкина, В. С. Ким . - Оренбург : ГОУ ВПО ОГУ, 2003. - 32 с
5. **Павленко, А. Н.** Справочные материалы по теории дифференциальных и разностных уравнений [Электронный ресурс] : метод. указания / А. Н. Павленко; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Оренбург. гос. ун-т", Каф. мат. анализа. - Электрон. текстовые дан. (1 файл: 266, 37 КБ). - Оренбург : ОГУ, 2011. - Adobe Acrobat Reader 5.0 – [Электронный ресурс] - Режим доступа: [WWW.URL: http://artlib.osu.ru/site/index.php?option=com\\_find&Itemid=50](http://artlib.osu.ru/site/index.php?option=com_find&Itemid=50)

## **5.6 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий**

Лицензионное программное обеспечение, имеющееся в компьютерном классе кафедры прикладной математики:

- 1) Microsoft Windows,
- 2) Microsoft Office,
- 3) MathCad (лицензионное соглашение).

## **6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебная аудитория, библиотечный фонд университета, компьютерный класс, оснащенный современной техникой (PENTNUM 3, PENTIUM 4 INTEL CORE 2), LCD –проектор EPSON EMP-X3, ноутбук ASUS A6RP, экран для проектора ЭКСКЛЮЗИВ MW 213x213.

# ЛИСТ

## согласования рабочей программы

Направление подготовки: 03.03.02 Физика  
код и наименование

Профиль: Медицинская физика

Дисциплина: Б.1.Б.10.3 Дифференциальные и интегральные уравнения и вариационное исчисление

Форма обучения: \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
(очная, очно-заочная, заочная)

Год набора 2015

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры  
Кафедра прикладной математики  
наименование кафедры

протокол № 1 от "29" августа 2014г.

Ответственный исполнитель, заведующий кафедрой  
Кафедра прикладной математики [подпись] Болодурина И.П.  
наименование кафедры      подпись      расшифровка подписи      дата

**Исполнители:**  
Ст. преподаватель кафедры прикладной математики [подпись] Руцкова И.Г.  
должность      подпись      расшифровка подписи      дата

---

должность      подпись      расшифровка подписи      дата

### СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой Кафедра геометрии и компьютерных наук [подпись] Шухман А.Е.  
наименование кафедры      личная подпись      расшифровка подписи      дата

Заведующий кафедрой Кафедра радиофизики и электроники [подпись] Кучеренко М.Г.  
наименование кафедры      личная подпись      расшифровка подписи      дата

Председатель методической комиссии по направлению подготовки  
03.03.02 Физика [подпись] Канюкова О.А.  
код наименование      личная подпись      расшифровка подписи      дата

Заведующий отделом комплектования научной библиотеки  
[подпись] Истомина Т.В.  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Начальник отдела информационных образовательных технологий ЦИТ  
[подпись] Дырдина Е.В.  
личная подпись      расшифровка подписи      дата